



## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ КОЛЕБАНИЙ КОЛОННЫ НАСОСНО-КОМПРЕССОРНЫХ ТРУБ ПРИ ИМПУЛЬСНОЙ ЗАКАЧКЕ ЖИДКОСТЕЙ В СКВАЖИНУ

М.Я.Хабибуллин\*, Д.И.Сидоркин

Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа, Россия

### Determination of Tubing String Vibration Parameters under Pulsed Injection of Fluids into the Well

M.Ya.Habibullin, D.I.Sidorkin, Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia

#### Abstract

This article discusses issues related to the study of fluid pressure fluctuations under its injection into the production and injection wells. Details of transmission mechanism of fluid pressure fluctuations to tubing string vibrations are presented in the article. Simulation models of flow string under cyclic liquid pumping and installation of the antiwear hammer device are provided. As a result of calculations, transition amplitude vs flow string vibration frequency has been presented in the article.

#### Keywords:

Simulation model;  
Tubing string;  
Amplitude;  
Vibration frequency;  
Packer.

© 2016 «OilGasScientificResearchProject» Institute. All rights reserved.

При циклической закачке жидкостей колонна насосно-компрессорных труб представляет собой систему с двумя степенями свободы, причем колонна при вынужденных колебаниях (которые возникают вследствие перекрытия выходных отверстий в скважинных устройствах) выступает как пружина при вязком демпфировании [1-3]. На рисунке 1 показана двухмассовая система с гидравлическими гасителями колебаний, имеющими постоянные вязкого демпфирования  $c_1$  и  $c_2$ . Если к системе не приложены нагрузки, уравнения движения в усилиях имеют вид:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x} &= -c_1 \dot{x}_1 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_1 x_1 + k_2 (x_2 - x_1) \\ m_2 \ddot{x}_2 &= -c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_1 x_1 + k_2 (x_2 - x_1) \end{aligned} \quad (1)$$

В матричных обозначениях эти уравнения запишутся так:

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + SX = 0 \quad (2)$$

Для выбранной математической модели, представленной на рисунке 1, необходимо определить параметры колебаний, т. е. амплитуды и фазовые углы.

Пусть на систему, показанную на рисунке 1, действует возмущающая сила, описываемая

комплексной гармонической функцией общего вида (рис.2):

$$R = P \cdot e^{i\omega t} = P(\cos \omega \cdot t + i \sin \omega \cdot t) \quad (3)$$

где  $P$  - усилие, действующее на колонну НКТ (от перепада давлений на выходе);

$\omega$  - частота перекрытия отверстий.

Тогда уравнение движения этой системы в матричной форме можно записать в следующем виде [4]:

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + SX = P \cdot e^{i\omega t} \quad (4)$$

где:

$$M = \begin{Bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$C = \begin{Bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 \\ -C_2 & C_2 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

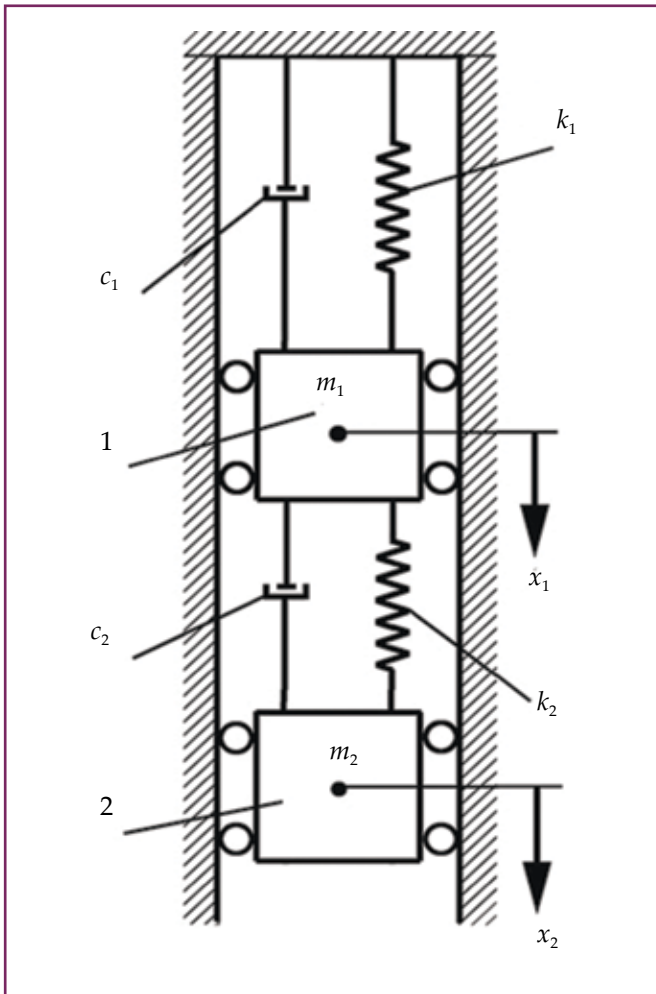
$$S = \begin{Bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\ddot{X} = \begin{Bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{Bmatrix} \quad \dot{X} = \begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{Bmatrix} \quad X = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

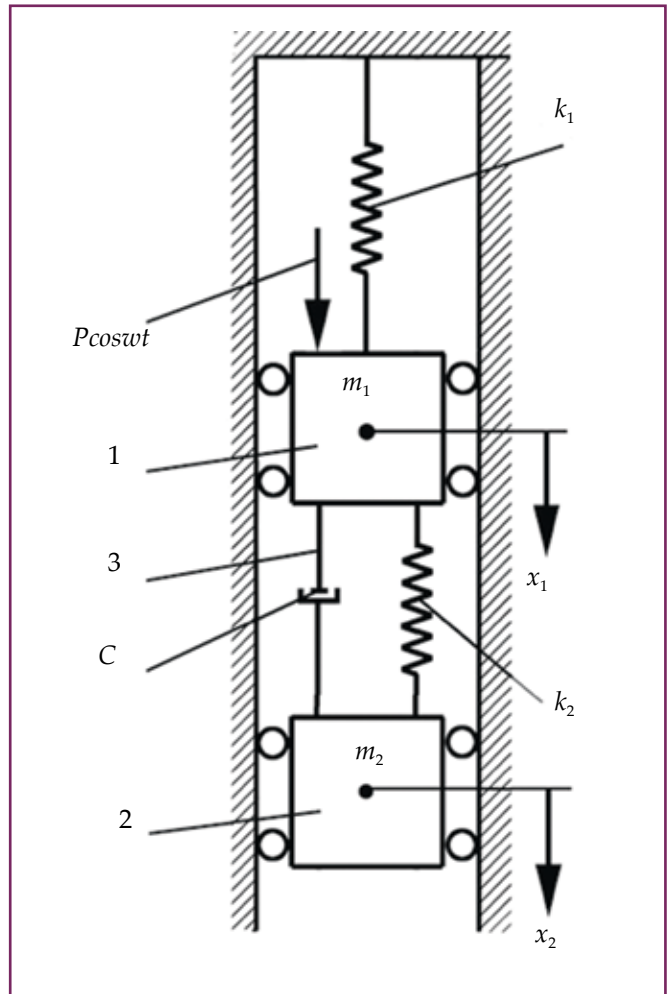
$$P = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

\*E-mail: m-hab@mail.ru

<http://dx.doi.org/10.5510/OGP20160300285>



**Рис.1. Математическая модель колонны НКТ при циклической закачке жидкостей**  
 1 - колонна НКТ; 2 - скважинное импульсное устройство;  $k$  - жесткость пружин;  $c$  - коэффициент демпфирования;  $m$  - масса;  $x$  - перемещение.



**Рис.2. Математическая модель колонны НКТ с устройством для гашения гидравлических ударов**  
 1 - колонна НКТ; 2 - скважинное импульсное устройство;  $k_1$  - жесткость колонны;  $k_2$  - жесткость пакера;  $c$  - коэффициент демпфирования;  $m_1$  - масса колонны;  $m_2$  - масса импульсного устройства с гасящим устройством;  $x_1, x_2$  - перемещения колонны НКТ и устройства.

Рассматривая только установившиеся вынужденные колебания, будем искать решения в комплексной форме:

$$X = A \cdot e^{i\omega t} \quad (10)$$

Подставляя представление (10) и их производные в исходное уравнение (4), получим следующую систему алгебраических уравнений в матричной форме:

$$(S - \omega^2 \cdot M + i \cdot \omega \cdot C) \cdot A = P \quad (11)$$

Решая уравнение (11) относительно  $A$ , найдем:

$$A = N \cdot P \quad (12)$$

Подставляя выражение (12) в представление (10), приходим к решению следующего вида:

$$X = N \cdot P \cdot e^{i\omega t} \quad (13)$$

которое описывает гармоническое движение двух масс с круговой частотой  $\omega$ .

Из соотношений (9) и (10) находим выражение для матрицы:

$$N = (S - \omega^2 \cdot M + i \cdot \omega \cdot C)^{-1} \quad (14)$$

Элементы матрицы  $N$  являются коэффициентами влияния (передаточные функции), которые можно рассматривать как амплитуды динамических перемещений при вязком демпфировании (они содержат мнимые части) и при действии возмущающих сил в виде единичных гармонических функций. Когда матрица  $M$  является диагональной, развернутый вид описываемой матрицы будет иметь вид:

$$N = \begin{Bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{Bmatrix} = \frac{1}{D} \cdot \begin{Bmatrix} S_{22} - \omega^2 \cdot M_{22} + i \cdot \omega \cdot C_{22} & -S_{12} - i \cdot \omega \cdot C_{12} \\ -S_{12} - i \cdot \omega \cdot C_{21} & S_{11} - \omega^2 \cdot M_{11} - i \cdot \omega \cdot C_{11} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

где:  $D = (S_{11} - \omega^2 \cdot M_{11} - i \cdot \omega \cdot C) \cdot (S_{22} - \omega^2 \cdot M_{22} + i \cdot \omega \cdot C_{22}) - (S_{12} + i \cdot \omega \cdot C_{21})$  (16)

Используя известные выражения для алгебраических операций над комплексными числами, решение (15) можно выразить через действительные амплитуды и фазовые углы:

$$X_1 = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{g^2 + h^2}} \cdot P_1 \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta_1) + \frac{\sqrt{c^2 + d^2}}{\sqrt{g^2 + h^2}} \cdot P_2 \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta_2)$$
 (17)

$$X_2 = \frac{\sqrt{c^2 + d^2}}{\sqrt{g^2 + h^2}} \cdot P_1 \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta_2) + \frac{\sqrt{e^2 + f^2}}{\sqrt{g^2 + h^2}} \cdot P_2 \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta_3)$$
 (18)

где:  $a = S_{22} - \omega^2 \cdot M_{22}; \quad b = \omega \cdot C_{22}; \quad c = S_{12};$   
 $d = \omega \cdot C_{12}; \quad e = S_{11} - \omega^2 \cdot M_{11}; \quad f = \omega \cdot C_{11};$  (19)

$$g = (S_{11} - \omega^2 \cdot M_{11}) \cdot (S_{22} - \omega^2 \cdot M_{22}) - S_{12}^2 + \omega^2 (C_{11} \cdot C_{22} - C_{12}^2)$$

$$h = \omega [C_{11} \cdot (S_{12} - \omega^2 \cdot M_{22}) + C_{22} (S_{11} - \omega^2 \cdot M_{11}) - 2 \cdot C_{12} \cdot S_{12}]$$

и  $\theta_3 = \arctg\left(\frac{e \cdot h - f \cdot g}{e \cdot g + f \cdot h}\right);$

$$\theta_1 = \arctg\left(\frac{a \cdot h - b \cdot g}{a \cdot g + b \cdot h}\right); \quad \theta_2 = \arctg\left(\frac{c \cdot h - d \cdot g}{d \cdot g + d \cdot h}\right);$$
 (20)

Для рассмотрения полученных теоретических выражений с учетом приложения их к практическим задачам рассмотрим следующую систему, представленную на рисунке 2, с гидравлическим гасителем колебаний, установленным между колонной НКТ и импульсным устройством (с учетом установки пакера –  $k_2$ ). Как показано на рисунке 2, к основной массе  $m_1$  приложена вызывающая колебания сила в виде простой гармонической функции  $P \cdot \cos \omega \cdot t$ . Так как основное значение имеет амплитуда динамических перемещений массы  $m_1$ , то для этой амплитуды в соответствии с выражением (17) получим:

$$X_1 = \frac{P \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{g^2 + h^2}} = \frac{P \cdot \sqrt{(k_2 - \omega^2 \cdot m_2)^2 + (\omega \cdot c)^2}}{\sqrt{[(k_1 - \omega^2 \cdot m_1)(k_2 - \omega^2 \cdot m_2) - \omega^2 \cdot m_2 \cdot k_2]^2 + [(\omega \cdot c)(k_1 - \omega^2 \cdot m_1 - \omega^2 \cdot m_2)]^2}}$$
 (21)

Для того чтобы упростить дальнейшее обсуждение гасителя колебаний, все следующие величины будем использовать в безразмерном виде:

$$P_0 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \text{ - круговая частота колебаний только одной основной системы;}$$

$$P_d = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \text{ - круговая частота колебаний только одной дополнительной системы;}$$

$$\beta = \frac{m_2}{m_1} \text{ - отношение массы забойных устройств к массе основной системы;}$$

$$\delta = \frac{P_d}{P_0} \text{ - отношение частоты забойных устройств к частоте основной системы;}$$

$$\gamma = \frac{\omega}{P_0} \text{ - отношение частоты возмущающей силы к частоте основной системы.}$$

С учётом этих обозначений выражение (21) можно представить в виде:

$$X_1 = \frac{P \sqrt{4n^2 \cdot \gamma^2 + (\gamma^2 - \delta^2)^2}}{k_1 \sqrt{4n^2 \cdot \gamma^2 (\gamma^2 - 1 + \beta \gamma^2)^2 + [\beta \delta^2 \gamma^2 - (\gamma^2 - 1)(\gamma^2 - \delta^2)]^2}}$$
 (22)

где гашение гидравлических ударов, возникающих от перекрытия выходных отверстий в импульсном устройстве, определяется величиной:

$$n = \frac{c}{2m_2 \cdot p_0}$$
 (23)

Предположим что  $n=0$ , тогда из выражения (22) находим:

$$X_1 = \frac{P(\gamma^2 - \delta^2)}{k_1 [\beta \delta^2 \gamma^2 - (\gamma^2 - 1)(\gamma^2 - \delta^2)]}$$
 (24)

На рисунке 3 приведены штриховыми линиями зависимость амплитуды от частоты для  $\beta \approx 0.05$  и  $\delta = 1$ . Следует отметить, что на рисунке представлены абсолютные значения функции (24), в то время как значения этой функции меняют знак в точках  $\gamma = 0.5, \gamma = 1$  и  $\gamma = 1.12$ .

Другой предельный случай возникает, если взять  $n = \infty$ . Если демпфирование бесконечно велико, массы  $m_1$  и  $m_2$  не будут смещаться относительно друг друга. Таким образом, получается система с одной степенью свободы, массой  $m_1$  и жесткостью пружины  $k_1$ . Для определения амплитуды вынужденного колебания этой системы воспользуемся выражением (21), что даёт:

$$X_1 = \frac{P}{k_1 (\gamma^2 - 1 + \beta \gamma)}$$
 (25)

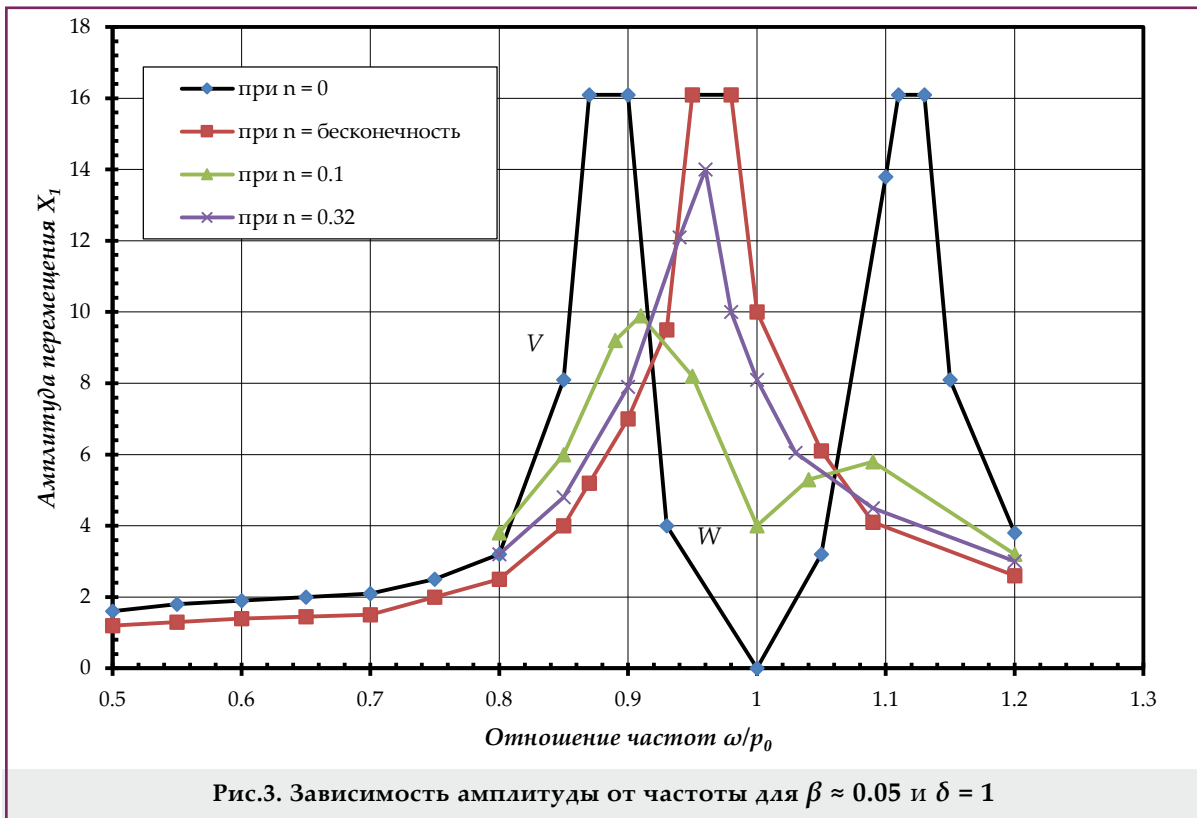


Рис.3. Зависимость амплитуды от частоты для  $\beta \approx 0.05$  и  $\delta = 1$

Критическое значение отношения частоты получается приравниванием к нулю знаменателя выражения (25), откуда находим:

$$\gamma_{KP} = \frac{1}{\sqrt{1+\beta}} = 0.976 \quad (26)$$

Зависимость амплитуды от частоты при  $n=\infty$  также представлена на рисунке 3 штриховыми линиями. Для всех остальных значений  $n$  резонансные кривые можно построить с помощью выражения (22). На рисунке 3 также показаны кривые для  $n=0.1$  и  $n=0.32$ . Интересно отметить, что все кривые пересекаются в точках V и W. Это означает, что для двух соответствующих значений отношения  $\gamma$  амплитуды вынужденных колебаний массы  $m_1$  не зависят от величины демпфирования. Эти значения можно найти, приравняв абсолютные значения  $X_1$ , полученные из выражений (24) и (25), что даёт:

$$\frac{\gamma^2 - \delta^2}{\beta\delta^2\gamma^2 - (\gamma^2 - 1)(\gamma^2 - \delta^2)} = \frac{1}{\gamma^2 - 1 + \beta\gamma^2} \quad (27)$$

Это уравнение можно представить в следующей форме:

$$(\gamma^2 - \delta^2)(\gamma^2 - 1 - \beta\gamma^2) = \beta\delta^2\gamma^2 - (\gamma^2 - 1)(\gamma^2 - \delta^2)$$

или

$$\gamma^2 - 2\gamma^2 \cdot \frac{1 + \delta^2 + \beta\delta^2}{2 + \beta} + \frac{2\delta^2}{2 + \beta} = 0 \quad (28)$$

Из уравнения (28) можно найти два корня  $\gamma_1^2$  и  $\gamma_2^2$ , которые определяют значение абсцисс точек

V и W. Затем подстановкой  $\gamma_1^2$  и  $\gamma_2^2$  в выражения (24) или (25) определяем соответствующие значения амплитуд вынужденных колебаний.

Используя последнее выражение как более простое, найдём ординаты точек V и W (предполагается, что  $\gamma_1^2$  является меньшим из корней последнего выражения):

$$(X_1)_V = -\frac{P}{k_1(\gamma_1^2 - 1 + \beta\gamma_1^2)} \quad (29)$$

$$(X_1)_W = -\frac{P}{k_1(\gamma_2^2 - 1 + \beta\gamma_2^2)} \quad (30)$$

Значения этих ординат зависят от величины  $\beta$  и  $\delta$ , определяемых массой забойных устройств и жесткостью пружин поглотителя колебаний. Соответствующим подбором этих характеристик можно повысить эффективность поглотителя колебаний. Поскольку кривые на рисунке 3 должны проходить через точки V и W, максимальные ординаты этих кривых, дающие значения максимальных амплитуд при вынужденных колебаниях, будет достигнуто в том случае, если ординаты V и W будут равными, для этого требуется, чтобы выполнялось условие:

$$-\frac{1}{\gamma_1^2 - 1 + \beta\gamma_1^2} = -\frac{1}{\gamma_2^2 - 1 + \beta\gamma_2^2}$$

или

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 = \frac{2}{1 + \beta} \quad (31)$$

Здесь следует помнить, что  $\gamma_1^2$  и  $\gamma_2^2$  — два корня квадратного уравнения (28) и что, как

известно, сумма корней квадратного уравнения равна взятому с отрицательным знаком коэффициенту при среднем члене, откуда имеем:

$$\frac{2}{1+\beta} = 2 \cdot \frac{1+\delta^2 + \beta\delta^2}{2+\beta}$$

что даёт:

$$\delta = \frac{1}{1+\beta} \quad (32)$$

Эта формула указывает способ «настройки» поглотителя колебаний. Если масса забойных устройств  $m_2$  известна, то становится известной величина  $\beta$  и тогда по выражению (32) определяется  $\delta$ , с помощью которого находится частота и жесткость пружины поглотителя колебаний. В случае, когда вместо пружинного поглотителя колебаний используется толь-

ко жидкостной, то значение круговой частоты колебания только одной дополнительной системы определяется:

$$P_A = \delta \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \quad (33)$$

В результате теоретических исследований получено универсальное выражение, позволяющее при максимально допустимом перемещении колонны труб с точки зрения её долговечности определять требуемые параметры эффективного гашения колебаний, передаваемых колонне от гидравлических ударов в жидкости [5-7]. Такая необходимость возникает при импульсной стационарной закачке жидкостей, как в эксплуатационных, так и в нагнетательных скважинах [8-13].

#### Литература

1. А.Х.Мирзаджанзаде, А.Х.Шахвердиев. Динамические процессы в нефтегазодобыче. Системный анализ, диагноз, прогноз. М.: Наука, 1997.
2. М.Я.Хабидуллин. Разработка вибротехники для эффективной закачки жидкости в нефтяной пласт // Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. Уфа: УГНТУ, 1999.
3. С.П.Тимошенко, Д.Х.Янг, У.Уивер. Колебания в инженерном деле. М.: Машиностроение, 1985.
4. Г.А.Корн, Т.М.Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984.
5. М.Я.Хабидуллин, И.Г.Арсланов. Расчет нефтепромыслового оборудования. Уфа: РИЦ УГНТУ, 2014.
6. И.Г.Арсланов, М.Я.Хабидуллин. Расчёты при проектировании деталей и узлов машин. Уфа: РИЦ УГНТУ, 2014.
7. М.А.Субботин. Эксплуатация колонн насосно-компрессорных труб. М.: Недра, 1985.
8. М.Я.Хабидуллин, И.Г.Арсланов. Параметры неустановившегося движения закачиваемой жидкости в колонне насосно-компрессорных труб при работе импульсных устройств //Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». -2014. -№1. -С.148-165.
9. М.Я.Хабидуллин. Экспериментально-теоретические исследования вытеснения нефти водой с циклически изменяющейся амплитудой давления //Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». -2012. - №6. -С.233-241.
10. И.Г.Арсланов, М.Я.Хабидуллин. Информационные технологии в расчетах нефтепромыслового оборудования //Научное обозрение. -2015. -№6. -С.74-83.
11. Р.Н.Бахтизин, З.Х.Павлова. Оценка напряженно-деформированного состояния труб магистрального нефтепровода в условиях изменения режима перекачки включением (отключением) магистральных насосов //SOCAR Proceedings. -2015. -№1. -С.35-38.

#### References

1. A.Kh.Mirzadzhanzade, A.Kh.Shahverdiev. Dynamic processes in oil and gas production. System analysis, diagnosis, forecasting. M.: Nauka, 1997.
2. M.Ya.Khabibullin. Razrabotka vibrotehniki dlja effektivnoj zakachki zhidkosti v neftjanoy plast // Avtoreferat dissertacii na soiskanie uchenoj stepeni kandidata tehniceskikh nauk. Ufa: UGNTU, 1999.
3. S.P.Timoshenko, D.H.Yang, Y. Weaver. Fluctuations in engineering. M.: Mashinostroyeniye, 1985.
4. G.A.Korn, T.M.Korn. Mathematical handbook for scientists and engineers. New York: McGraw-Hill Book Co., 1961.
5. M.Ya.Khabibullin., I.G.Arslanov. The calculation of oilfield equipment. Ufa: RIP UGNTU, 2014.
6. I.G.Arslanov, M.Ya.Khabibullin. The calculations in the design of parts and assemblies of machines. Ufa: RIP UGNTU, 2014
7. MA.Subbotin. Operation of tubing string. M.: Nedra, 1985.
8. M.Ya.Khabibullin, I.G.Arslanov. Parameters of unsteady movement of injected fluid in tubing string during operation of pulsing devices //The Electronic Scientific Journal «Oil & Gas Business». -2014. . -No. 1. -P.148-165.
9. M.Ya.Khabibullin.. Experimental theoretical research of oil displacement by water with cyclically changing pressure amplitude // The Electronic Scientific Journal «Oil & Gas Business». -2012. -No. 6. -P.233-241.
10. I.G.Arslanov, M.Ya.Khabibullin. Information technology in the calculation of oilfield equipment // Scientific Review. -2015. -No.6. -P.74-83.
11. R.N.Bakhtizin, Z.H.Pavlova. Assessment of the mode of deformation of pipes of the main oil line in the conditions of change of the mode of pumping by turning on (off) the main pumps //SOCAR Proceedings. -2015. - No. 1. -P.35-38.

12. И.Р.Кузеев, Е.А.Наумкин, Р.Р.Кудашев и др. Изменения механических характеристик материала гибких насосно-компрессорных труб в условиях циклического нагружения //SOCAR Proceedings. -2015. -№2. -С.47-53.

13. Р.Н.Бахтизин, К.Р.Уразаков, Р.Р.Ризванов, А.Г.Комков. Анализ методов расчета допустимого приведенного напряжения в насосных штангах //SOCAR Proceedings. -2015. -№4. -С.23-30.

12. I.R.Kuzeyev, E.A.Naumkin, R.R.Kudashev et al. Change of mechanical behavior of elastic tubing material in periodic loading conditions //SOCAR Proceedings. -2015. -No.2. -P.47-53.

13. R.N.Bahtizin, K.R.Urazakov, R.R.Rizvanov, A.G.Komkov. Analysis of calculation methods of allowable brought stress in the pump-rods //SOCAR Proceedings. -2015. -No. 4. -P.23-30.

## Определение параметров колебаний колонны насосно-компрессорных труб при импульсной закачке жидкостей в скважину

*М.Я.Хабибуллин, Д.И.Сидоркин*

Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа, Россия

### Реферат

В статье рассматриваются вопросы, связанные с изучением колебаний давления жидкости при ее закачке в эксплуатационные и нагнетательные скважины. Подробно приводится механизм передачи колебания давления жидкости к колебательным процессам, происходящим в колонне насосно-компрессорных труб. Приводятся математические модели колонны насосно-компрессорных труб при циклической закачке жидкостей и при установке устройства для гашения гидравлических ударов. В результате вычислений представлена графическая зависимость амплитуды перемещения от отношения частоты колебаний колонны насосно-компрессорных труб.

**Ключевые слова:** математическая модель, колонна насосно-компрессорных труб, амплитуда, частота колебаний, пакер.

## Mayelərin quyuya impulsu vurulması zamanı nasos-kompresor boruları kəmərinin rəqslərinin parametrlərinin təyini

*M.Ya.Xabibullin, D.İ.Sidorkin*

Ufa Dövlət Neft Texniki Universiteti, Ufa, Rusiya

### Xülasə

Məqalədə mayenin istismar və vurucu quyularına vurulan zaman maye təzyiqinin rəqsinin öyrənilməsi ilə bağlı məsələlərə baxılmışdır. Maye təzyiqinin rəqsinin nasos-kompresor boruları kəmərinə baş verən rəqs proseslərinə ötürülmə mexanizmi ətraflı göstərilmişdir. Mayelərin tsiklik vurulması və hidravlik zərbələrin söndürülməsi üçün nəzərdə tutulan qurğunun quraşdırılması zamanı nasos-kompresor boru kəmərinin riyazi modelləri verilmişdir. Hesablamalar nəticəsində yerdəyişmə amplitudasının nasos-kompresor boru kəmərinin rəqsinin tezliyinin əlaqəsindən qrafik asılılığı təqdim edilmişdir.

**Açar sözlər:** riyazi model, nasos-kompresor boruları kəməri, amplituda, rəqs tezliyi, pakер.