



ВЛИЯНИЕ КОМПАКТНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ НА СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ КОЛОННЫ ТРУБ В СКВАЖИНЕ

А.М.Свалов

Институт проблем нефти и газа РАН, Москва, Россия

Effect of Compact Inclusion on the Natural Frequencies of Vibrations of a Pipe String in a Well

A.M.Svalov

Institute of Oil and Gas Problems (OGRI), Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract

The influence of small-size inclusion of pipes in a well column on the natural frequency of its longitudinal vibrations is investigated. Using the asymptotic expansion in a small parameter, an analytical relation is obtained that describes the change in the period of the column oscillations in the form of some additional small term to the period of the homogeneous column oscillations. Numerical calculations show that the obtained analytical relations almost accurately describe the oscillation period of a column with a massive compact inclusion, while its difference from the oscillation period of a homogeneous column is within ~20%. The results obtained can be useful for preventing resonant phenomena in the drill string when drilling wells, as well as for optimal use of the longitudinal vibrations of the tubing string to influence the bottom-hole zones of producing wells.

Keywords:

Natural frequency of vibrations;
Pipe column;
Well;
Small-size inclusion.

© 2021 «OilGasScientificResearchProject» Institute. All rights reserved.

В колоннах труб, как при бурении скважин, так и в процессе их эксплуатации, неизбежным образом развиваются волновые процессы. Колебания колонны бурильных труб в процессе бурения являются негативным фактором, снижающим механическую скорость бурения, износостойкость породоразрушающего инструмента и проходку на долото и отсюда следует необходимость избегания резонансных явлений при бурении скважин. При эксплуатации добывающей скважины колебания колонны насосно-компрессорных труб также отрицательным образом сказываются на износостойкости этих труб, но эти упругие колебания колонны с помощью хвостовиков, опертых на забой скважины, могут передаваться в породу-коллектор для увеличения ее продуктивности за счет очистки порового пространства в призабойной зоне, релаксации избыточных напряжений в породе и т.д. [1,2]. В любом случае возможность коррекции собственных частот колебаний колонны труб позволяет выйти из области резонансных явлений или, напротив, приблизиться к ней, когда это может быть использовано для достижения положительных эффектов.

Рассмотрим упругую колонну труб с ком-

пактной (малоразмерной) вставкой (рис.1). За нулевую точку отсчета $x = 0$ принимается левая граница включения с поперечным сечением S и длиной l_m , крайняя левая граница колонны имеет координату $-l_1$, правая – координату l_2 , поперечное сечение основной колонны труб равно s . Значения упругих констант в основной колонне и малоразмерной вставке длиной l_m будем считать одинаковыми.

Уравнение упругих колебаний такой составной колонны труб имеет вид [3]:

$$w_{tt} = c_0^2 \cdot w_{xx} \quad (1)$$

где: переменной w обозначено смещение колонны; t – время; x – линейная координата; c_0 – скорость звука.

Для определенности в дальнейшем будем считать, что колонна труб закреплена в конечных точках $-l_1$ и l_2 , что практически соответствует условиям развития продольных колебаний в бурильных трубах при бурении скважин, а также условиям развития продольных колебаний в насосно-компрессорных трубах в добывающей скважине с опорой колонны труб на забой скважины.

Для определения собственных частот колебаний составной колонны будем исследовать решение уравнения (1), имеющего вид бегущей волны $e^{kx + \omega t}$ во всех трех областях $(-l_1, 0)$, $(0, l_m)$ и (l_m, l_2) [3].

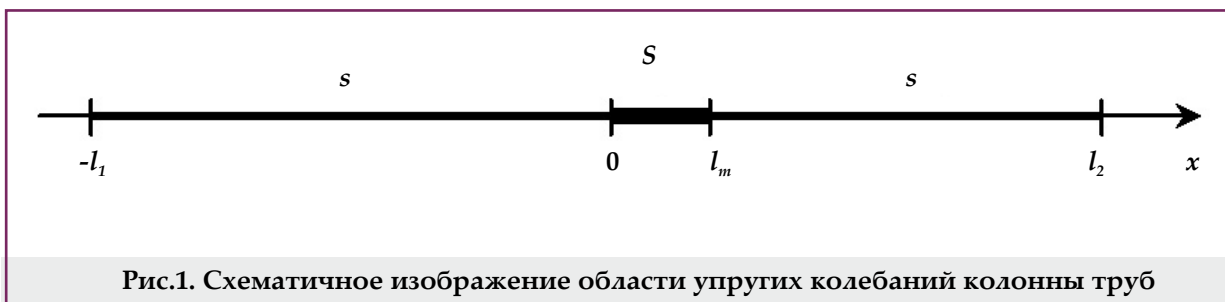


Рис.1. Схематическое изображение области упругих колебаний колонны труб

Коэффициенты k и ω , согласно уравнению (1), связаны соотношением $\omega = +c_0 \cdot k$, откуда следует, что в каждой из трех указанных областей общее решение этого уравнения будет представляться следующим образом:

$$w = C_1 \cdot e^{kx + \omega t} + C_2 \cdot e^{-kx + \omega t} \quad (2)$$

где: константы C_1 и C_2 различны в указанных трех областях.

Для определения этих констант используются указанные выше условия закрепления колонны труб в конечных точках ($w = 0$), а также условия сопряжения решений в точках $x = 0$ и $x = l_m$, которым соответствуют условия равенства смещений справа и слева от этих точек ($w^+ = w^-$) и условия равенства общей нагрузки на колонну, например, для точки $x = 0$ это условие эквивалентно соотношению $s \cdot w_x^+ = S \cdot w_x^-$, в котором значок «+» соответствует правой стороне, значок «-» - левой. В сумме, для определения шести искомых констант решения вида (2) получается шесть однородных, то есть, с нулевой правой частью, линейных уравнений. Для существования ненулевого решения такой системы уравнений необходимо, чтобы константы k и ω удовлетворяли некоторому, так называемому характеристическому соотношению, что и определяет собственные частоты колебаний упругой системы, соответствующие указанным граничным условиям и условиям сопряжения.

В общем случае характеристическое уравнение является трансцендентным, то есть, получить его аналитическое решение сложно (если оно вообще существует), но в некоторых частных случаях это решение может быть найдено. Так, например, в случае однородной компоновки параметры k и ω будут являться чисто мнимыми величинами, которым соответствует период T_0 собственных колебаний колонны, равный удвоенному времени пробега звуковой волны по отрезку длиной $L = l_1 + l_2$:

$$T_0 = 2L/c_0 \quad (3)$$

Для решения задачи определения собственных частот неоднородной компоновки (рис.1) используем условие компактности (малоразмерности) включения, то есть, условие $l_m/L \ll 1$, и будем предполагать, что собственная частота колебаний такой компоновки труб близка к соответствующему значению однородной компонов-

ки или, другими словами, период собственных колебаний T может быть представлен в виде:

$$T = T_0 \cdot (1 + \varepsilon) \quad (4)$$

где ε – малая величина ($\varepsilon \ll 1$).

Опуская здесь из-за громоздкости асимптотическое разложение характеристического уравнения по малому параметру ε , приведем окончательное выражение для величины ε , входящей в выражение (4):

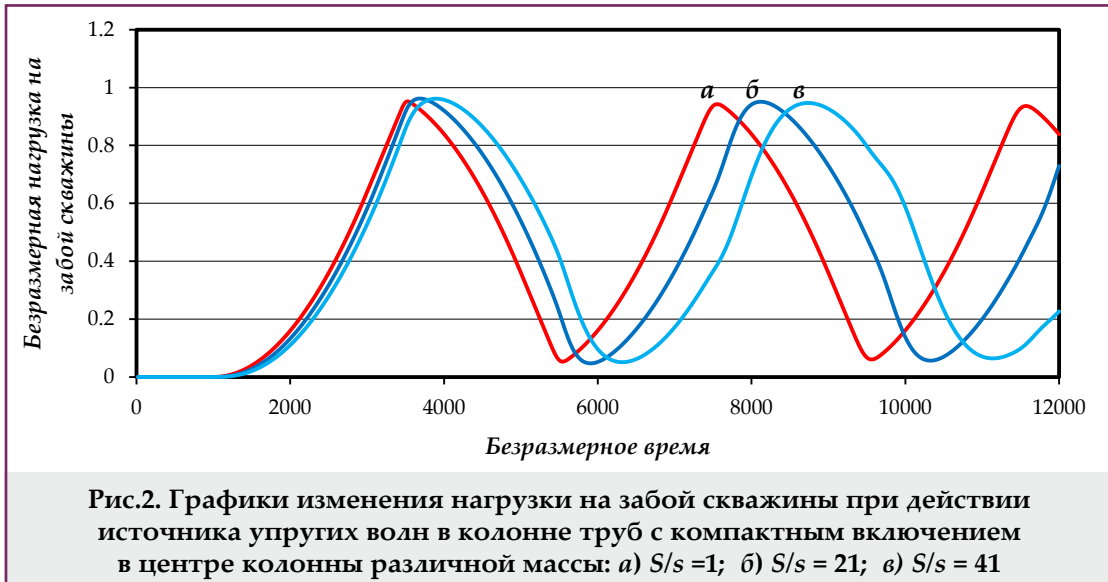
$$\varepsilon = 0.5 \cdot (l_m/L) \cdot (s/s) \cdot \{[(S/s)^2 - 1] \cdot \cos(\pi \cdot \Delta l/L) + (S/s - 1)^2\} \\ \Delta l = l_1 - l_2 \quad (5)$$

Как следует из приведенной формулы для определения малого параметра ε , входящего в выражение (4) для периода колебаний T на собственной частоте упругой колонны с малоразмерным включением ($l_m/L \ll 1$), массивное включение ($S/s > 1$) в компоновку труб приводит к увеличению периода колебаний ($\varepsilon > 0$), более легкое включение ($S/s < 1$), напротив, уменьшает этот период ($\varepsilon < 0$).

Для оценки границ применимости полученных аналитических соотношений (4), (5) поставленная задача исследовалась численно.

В области, указанной на рисунке 1, численно решалось уравнение (1) с граничными условиями и условиями сопряжения, описанными выше. Для определенности в расчетах принималось, что $\Delta l = l_1 - l_2 = 0$, то есть, компактное включение размещено в центральной части колонны. Для обезразмеривания линейной координаты x принималась величина, равная 1 м, скорость звука c_0 принималась равной 5000 м/с, что определило величину обезразмеривающего параметра для времени t , равную 5000 с. Таким образом, в расчетах и на приводимых ниже графиках одной единице безразмерного времени соответствует 5000 сек. Длина колонны труб во всех расчетах принималась равной 2000 м (2000 безразмерных единиц).

Для моделирования источника упругих колебаний колонны труб в уравнение (1) вводился временно действующий источник массовых сил F в малой области центральной части колонны. В безразмерной аналитической форме этот источник массовых сил описывался слагаемым вида: $F = (t/2500)^2$ при $t < 2500$ и $F = 1$ при $t > 2500$, что примерно соответствует изменению нагрузки на колонну насосно-компрессорных труб при работе штангового глубинного насоса при смене хода штанг. Величина в 2500 безразмерных единиц вре-



мени соответствует 0.5 секунд физического времени, в течение которых происходит открывание и закрывание клапанов плунжерной пары насоса.

На рисунке 2 приведены графики изменения безразмерной нагрузки на забой скважины ($l_1=1000$) в виде функции безразмерного времени t , обусловленные действием описанного источника упругих колебаний колонны, для различных значений отношения S/s при длине компактного включения $l_m = 10$ (10 м в размерных единицах длины).

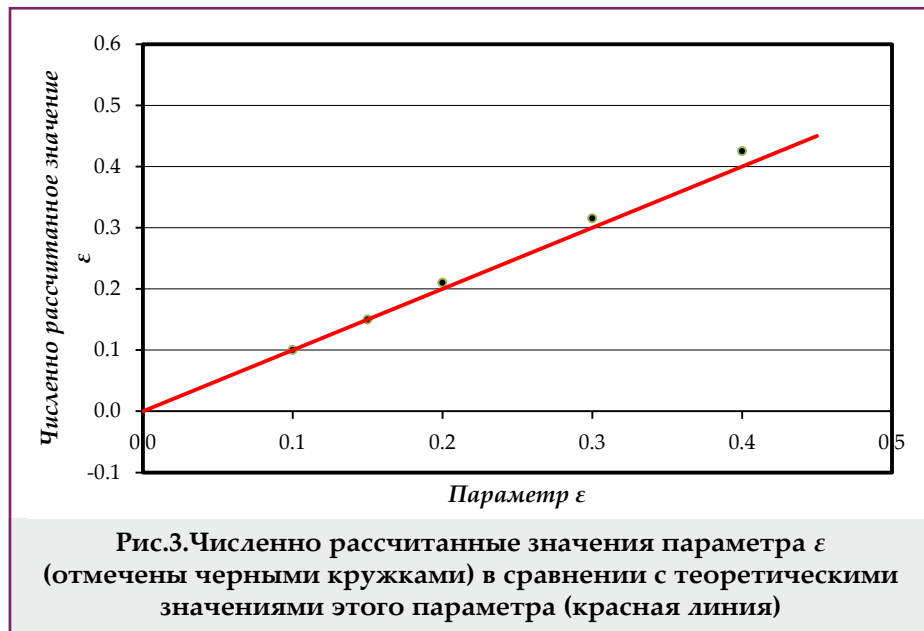
Как видно из графиков, приведенных на рисунке 2, массивное компактное включение в колонну труб действительно приводит к увеличению периода упругих колебаний, причем, при малых значениях параметра ϵ это увеличение хорошо согласуется с формулами (4), (5). Формула (5) в данном случае ($\Delta l = 0$) упрощается и принимает вид:

$$\epsilon = (l_m/L) \cdot (S/s - 1). \quad (6)$$

Необходимо отметить, что на величину малого параметра ϵ влияет как величина отношения

l_m/L , которая, как предполагалось при выводе аналитической формулы (5), должна удовлетворять условию $l_m/L \ll 1$, так величина отношения S/s . В проведенных численных расчетах $l_m/L=0.005$, что позволяло значительно увеличивать массу компактного включения (отношение S/s), сохраняя при этом условие $\epsilon \ll 1$. На рисунке 3 прямая красная линия соответствует теоретическим значениям параметра ϵ , черные кружки соответствуют значениям ϵ , определенным по формуле (4) для численно рассчитанных периодов колебаний в колонне, при различных значениях отношения S/s .

Как следует из рисунка 3, численные и теоретические значения малого параметра ϵ , определяющего отличие периода упругих колебаний в колонне с компактным включением от соответствующего периода колебаний в однородной колонне, практически совпадают при значениях ϵ , меньших величины, равной ~ 0.2 . При росте ϵ свыше значения 0.2, численное значение этого параметра начинает увеличиваться в сравнении с теоретическим значением, при значениях $\epsilon > 0.3$



начинает существенно искажаться и геометрическая форма кривой колебаний.

Отметим, что результаты численных расчетов, проведенных при условии, когда величина ε возрастает за счет роста величины параметра l_m/L при постоянном значении отношения S/s ($S/s = 11$), практически не отличаются от результатов, приведенных на рисунке 3, то есть, максимальное значение параметра ε , равное 0.2, можно считать обобщенным предельным значением этого малого параметра, при котором остаются справедливыми аналитические формулы (4)-(6).

Отметим также, что приведенные аналитические формулы, которые, вообще говоря, справедливы и при $\varepsilon < 0$, то есть, при более легком компактном включении, практического интереса не представляют, поскольку, как это легко видеть из выражения (6), величина отношения S/s в данном случае слабо влияет на значение ε , так как при $S/s < 1$ величина множителя $S/s - 1$ в формуле (6) изменяется в пределах единицы.

Основной вклад в увеличение параметра ε в данном случае вносит множитель l_m/L , но, как это следует из вышеприведенных выкладок, величина этого множителя должна оставаться малой для правомерности асимптотического разложения характеристического уравнения. Численные расчеты показывают, что для справедливости формул (4)-(6) при отрицательных значениях параметра ε , величина этого параметра не должна превышать сотых долей единицы.

Таким образом, проведенные аналитические и численные исследования показали, что частота собственных колебаний колонны труб в скважине достаточно эффективно может регулироваться включением в компоновку колонны массивной компактной вставки, позволяющей увеличивать период колебаний до 20%, что может быть полезным для борьбы с резонансными явлениями при бурении скважин или для использования этих явлений в эксплуатационных скважинах для повышения их продуктивности.

Литература

1. Свалов, А. М. (2008). Устройство для волнового воздействия на продуктивные пласты. *Патент РФ* № 2337238.
2. Свалов, А. М., Мищенко, И. Т., Ибатуллин, Р. Р. и др. (2014). Скважинное устройство для генерирования и передачи упругих колебаний в продуктивный пласт. *Патент РФ* № 2520674.
3. Ландау, Л. Д., Лифшиц, Е. М. (1987). Теория упругости. *Москва: Наука.*

References

1. Svalov, A. M. (2008). Device for wave action on productive stratum. *RU Patent* 2337238.
2. Svalov, A. M., Mishchenko, I. T., Ibatullin, R. R., et al. (2014). Downhole device for generation and transfer of flexure oscillations to productive stratum. *RU Patent* 2520674
3. Landau, L. D., Lifshitz, E. M. (1987). Theory of elasticity. *Moscow: Nauka.*

Влияние компактного включения на собственные частоты колебаний колонны труб в скважине

A.M.Svalov

Институт проблем нефти и газа РАН, Москва, Россия

Реферат

В работе исследовано влияние малоразмерного включения в колонну труб в скважине на собственную частоту ее продольных колебаний. С помощью асимптотического разложения по малому параметру получено аналитическое соотношение, описывающее изменение периода колебаний колонны в виде некоторого дополнительного малого слагаемого к периоду колебаний однородной колонны. Численными расчетами показано, что полученные аналитические соотношения практически точно описывают период колебаний колонны с массивным компактным включением при его отличии от периода колебаний однородной колонны, находящимся в пределах ~20%. Полученные результаты могут быть полезны для предотвращения резонансных явлений в бурительной колонне при бурении скважин, а также для оптимального использования продольных колебаний колонны насосно-компрессорных труб для воздействия на призабойные зоны добывающих скважин.

Ключевые слова: собственная частота колебаний; колонна труб; скважина; малоразмерное включение.

Kompakt əlavənin quyuda boru kəmərinin xüsusi titrəyişlərinin tezliklərinə təsiri

A.M.Svalov

REA-nın Neft və Qaz Problemləri İnstitutu, Moskva, Rusiya

Xülasə

Məqalədə quyuda boru kəmərinə edilən kiçik ölçülü əlavənin onun uzununa titrəyişin xüsusi tezliyinə təsiri tədqiq edilmişdir. Kiçik parametr üzrə asimptotik paylanmanın köməyi ilə, boru kəmərinin rəqs dövrünün dəyişməsinə bircins kəmərinin titrəyiş dövrünə edilən müəyyən əlavə kiçik toplanan şəkildə təsvir edən analitik nisbət əldə edilmişdir. Ədədi hesablamalarla göstərilmişdir ki, böyük kompakt əlavəsi olan kəmərin titrəyiş dövrü ilə bircins kəmərin titrəyiş dövrü arasında ~20% həddində fərq olduqda, əldə edilmiş analitik nisbətlər böyük kompakt əlavəsi olan kəmərin titrəyiş dövrünü demək olar ki, dəqiq təsvir edir. Alınan nəticələr quyuların qazılması zamanı rezonans təzahürlərinin qarşısının alınmasında, həmçinin hasilat quyularının quyudibi zonasına təsir üçün nasos-kompresor boru kəmərinin uzununa titrəyişlərindən optimal istifadə edilməsində faydalı ola bilər.

Açar sözlər: xüsusi titrəyişin tezliyi; boru kəməri; quyuyu; kiçik ölçülü əlavə.