



## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕДАЧИ ВИБРАТОРОМ КОЛЕБАНИЙ ПРИХВАЧЕННОЙ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЕ

**К.Г.Левчук**

*Ивано-Франковский национальный технический университет нефти и газа, Ивано-Франковск, Украина*

### Investigation of the Vibration Transfer Process to a Stuck Drill String

*K.G.Levchuk, Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ivano-Frankivsk, Ukraine*

#### Abstract

A mathematical operation model of a drill string with a vibrating mechanism at the top, which is used to eliminate sticking of the drilling tool, has been presented in this article. The resulting discrete-continual model, considering the wave processes, consists of separate sections of drill pipes with different parameters (material, cross-sectional area, external loads). This model is basis for a computer program to visualize oscillatory processes occurring in the pipe string and numeric calculation of the basic kinematic and dynamic characteristics of the studied system. The method of vibrator parameters matching provides a significant increase in the accuracy when determining forces, stresses and safety reserves in an arbitrary pipe string section and predicting sidewall sticking during oil and gas wells drilling. Recommendations are given on the selection the amplitude of disturbance and resonance frequencies for releasing of stuck pipe and prevention drill-string failure.

#### Keywords:

Drilling;  
Drill pipe;  
Elastic waves;  
Mathematical model;  
Vibrator;  
Transfer function;  
Amplitude-phase characteristic.

© 2017 «OilGasScientificResearchProject» Institute. All rights reserved.

### Введение

Вопросам обеспечения безаварийного бурения нефтяных и газовых скважин в настоящее время уделяется большое внимание, поскольку работы по ликвидации аварий слишком затратные и продолжительные. К такой группе аварий, прежде всего, относят прихваты колонны труб, которые преобладают над всеми видами аварий в процессе проводки скважин [1].

Застревание колонны бурильных труб может произойти во время бурения или объединения труб секций, спуско-подъемной операции, каротажа, отбора керна или при любой буровой операции, связанной с движением оборудования в скважине.

Существует множество механизмов прихвата буровой колонны (БК) в открытой скважине [2]. Проанализировав данные исследователей, можно прийти к выводу, что главными причинами прихватов бурильного инструмента являются: образование желобов (рис.1а) и каверн (рис.1б), связанное с обвалом ствола скважины; сужение (рис.1в),

захламление, недопустимое искривление, наличие липкой глинистой корки на стенках скважины (рис.1г); разница между гидростатическим и пластовым давлениями в скважине (рис.1д).

Несмотря на достаточно высокий уровень методик по предупреждению прихватов колонны бурильных труб и высокий уровень современной технологии бурения [3], остаётся потенциальная опасность возникновения прихватов. Это приводит к необходимости разработки новых технологических решений и более совершенных технических средств для освобождения застрявшей БК.

### Анализ публикаций по теме исследований

Современные способы ликвидации прихватов базируются на использовании физико-механических, гидравлических и механических воздействий на зону прихвата. Физико-химические методы заключаются в закачивании специальных жидкостных ванн в зону прихвата БК [4]. Это приводит к ослаблению сил давления породы из-за её растворения и как следствие уменьшению сил трения. Гидравлические методы основаны на изменении гидравлического давления в аварийной зоне путём регулирования гидроста-

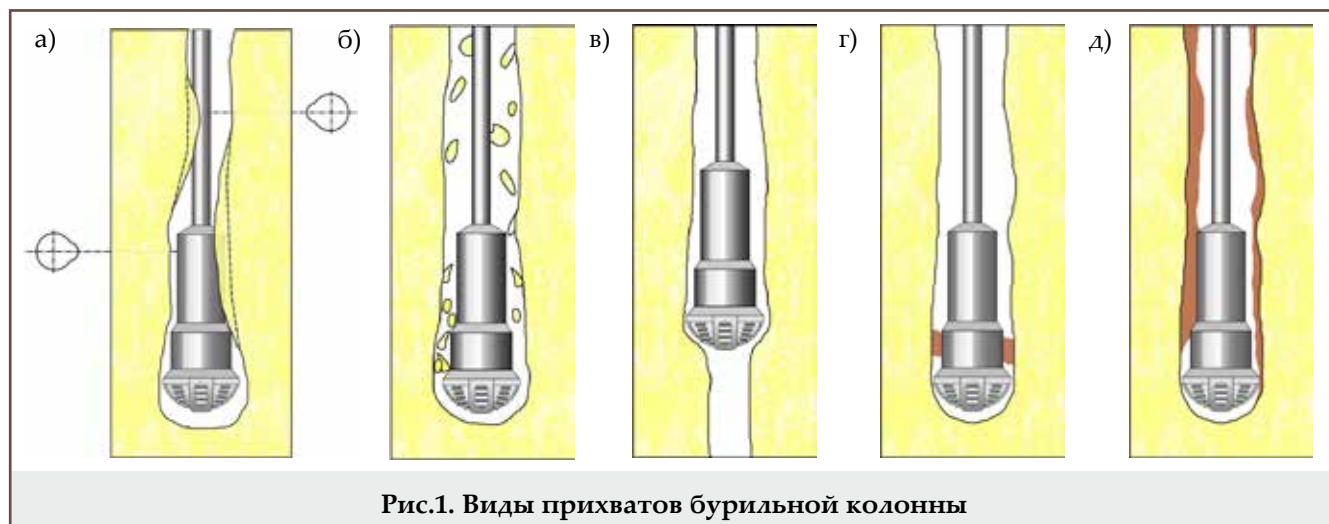


Рис.1. Виды прихватов буровой колонны

тической составляющей давления, или формирования гидравлических волн бурового раствора. Механические методы основаны на создании путем вибраций, удара либо взрыва нагрузок, приложенных в зоне прихвата БК.

Значительное количество экспериментальных исследований и инженерных испытаний показали, что наиболее эффективными являются механические методы. Одним из перспективных направлений устранения неподвижности БК остаются вибрационные механизмы [5], поскольку такие устройства имеют простую конструкцию, позволяют реализовывать значительное количество режимов работы. К тому же, вибраторы обладают значительной долговечностью и не требуют разборки БК.

### Цель исследований

Целью представленной статьи является исследование процесса передачи виброустройством колебаний в место прихвата БК, разработка методики применения вибратора (настройки резонанса на одну из собственных частот БК [6], выбора амплитуды вынужденной силы, длительности работы) для ликвидации прихвата колонны буровых труб.

Для проведения параметрических исследований была разработана математическая модель БК с виброустройством, расположенным на вершине БК. Составленная математическая модель позволила с достаточной точностью построить амплитудно-частотные и фазово-частотные характеристики БК, передаточные функции колебаний системы верх БК – место прихвата БК для различных буровых растворов [7]. Для получения числовых значений исследуемых динамических параметров (резонансных амплитуд, сдвига фаз, силовых нагрузок, напряжений, кинетической и потенциальной энергий) была разработана компьютерная программа в среде Maple [8].

### Математическая модель буровой колонны с вибратором

Рассмотрим математическую модель нестационарных процессов в БК, построенной

для трех секций однородных цилиндрических буровых труб с длинами  $l_j$  и площадями поперечных сечений  $F_j$  ( $j = 1, 5$ ) с вибратором, расположенным сверху БК (рис.2). Третью прихваченную секцию разделим на три: 3 – свободную, расположенную над зоной прихвата, 4 – прихваченную, 5 – свободную, расположенную ниже зоны прихвата, части буровой колонны. Исследуемую механическую систему труб рассмотрим как континуально-

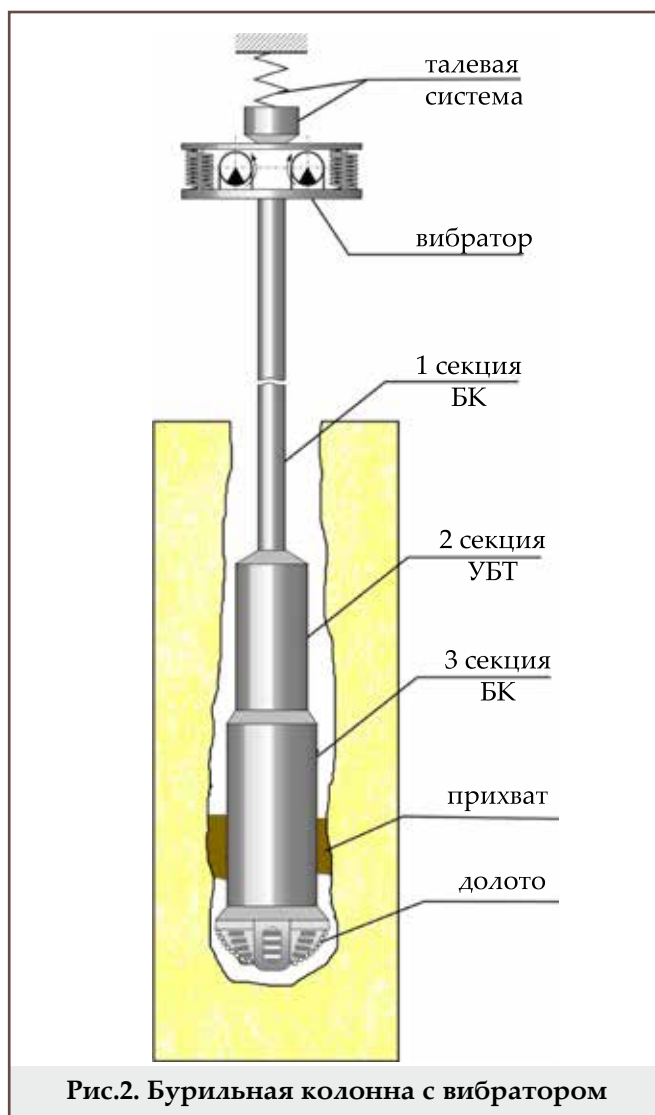


Рис.2. Буровая колонна с вибратором

дискретную [9]. Подвижные части талевого системы представим массой  $m_0$  и жёсткостью талевых канатов  $c_0$ . Будем полагать, что вибратор создает гармоническую вынужденную силу  $P(t)$ . Упругие колебания  $u_i(x_i, t)$  буровых труб первой секции ( $i=1$ ), утяжелённой буровой трубы ( $i=2$ ) и прихваченной секции труб ( $i=3,4,5$ ) опишем известными из теории упругости волновыми дифференциальными уравнениями [10, 11]

$$\begin{aligned} \ddot{u}_i(x_i, t) + 2h_i \dot{u}_i(x_i, t) - a_i^2 u_i''(x_i, t) &= g \quad i=1, 2, 3 \quad (1) \\ \ddot{u}_4(x_4, t) + 2h_4 \dot{u}_4(x_4, t) - a_4^2 u_4''(x_4, t) &= g - f_0 \text{sign}[\dot{u}_4(x_4, t)] \quad (2) \\ \ddot{u}_5(x_5, t) + 2h_5 \dot{u}_5(x_5, t) - a_5^2 u_5''(x_5, t) &= g \quad (3) \end{aligned}$$

где  $a_i = \sqrt{E_i/\rho_i}$  – скорость распространения волны ( $\rho_i$  – плотность материала, из которого изготовлены буровые трубы;  $E_i$  – модуль упругости Юнга);  $g$  – ускорение свободного падения;  $f_0$  – коэффициент сухого трения;  $x_i$  – текущая координата,  $h_i = \alpha_i/2m_i$  – приведенный коэффициент вязкого сопротивления; ( $\alpha_{1i}, \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5$ ) – коэффициенты взаимодействия промывочной жидкости с  $i$ -ой секцией БК;  $m_1 = \rho_1 F_1 l_1, m_2 = \rho_2 F_2 l_2$  – массы первой секции БК и утяжелённых буровых труб (УБТ);  $m_i = \rho_3 F_3 l_i, i=3,4,5$  – массы свободной, прихваченной и ниже прихваченной частей третьей секции БК соответственно).

К динамическим уравнениям движения БК присовокупим граничные условия на стыке секций БК, а также в местах установки вибратора и долота [12].

На верхнем торце первой секции буровой колонны

$$E_1 F_1 u_1'(0, t) + m_0 g = c_0 u_1(0, t) + m_0 \ddot{u}_i(x_i, t) - P(t) \quad (4)$$

- на стыке первой и второй секций буровых труб

$$\begin{aligned} u_1(l_1, t) &= u_2(0, t) \\ E_1 F_1 u_1'(l_1, t) &= E_2 F_2 u_2'(0, t) + q(F_2 - F_1) g l_1 \end{aligned} \quad (5)$$

где  $q$  – плотность промывочной жидкости [13];

- на стыке второй и третьей секций буровых труб

$$\begin{aligned} u_2(l_2, t) &= u_3(0, t); \\ E_2 F_2 u_2'(l_2, t) &= E_3 F_3 u_3'(0, t) + q(F_3 - F_2) g(l_1 + l_2) \end{aligned} \quad (6)$$

- в месте прихвата третьей секции буровых труб

$$u_3(l_3, t) = u_4(0, t); \quad u_3'(l_3, t) = u_4'(0, t) \quad (7)$$

- на конце прихваченной и свободной частей третьей секции буровых труб

$$u_4(l_4, t) = u_5(0, t); \quad u_4'(l_4, t) = u_5'(0, t) \quad (8)$$

где  $l_4$  – длина прихваченной части третьей секции БК; - на нижнем конце третьей секции буровых труб

$$E_3 u_5'(l_5, t) = -q g \sum_{j=1}^5 l_j \quad (9)$$

### Квазистатические перемещения сечений буровой колонны

Из-за неоднородности уравнений гиперболического типа (1) разделить в них переменные не удастся. Будем искать законы перемещения сечений БК в виде суммы решения однородных уравнений и стационарных, поскольку правые части этих уравнений не содержат времени

$$u_i(x_i, t) = u_i(x_i) + u_{iS}(x_i, t), \quad i = 1, 5 \quad (10)$$

Стационарная часть  $u_i(x_i)$  в системе уравне-

ний (10) подчиняется неоднородным стационарным граничным условиям (4)-(9), т.е. исключая вынужденную силу  $P(t)$ . Таким образом, решения  $u_{iS}(x_i, t)$  системы однородных уравнений  $\ddot{u}_{iS}(x_i, t) + 2h_i \dot{u}_{iS}(x_i, t) - a_i^2 u_{iS}''(x_i, t) = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (11)$   $\ddot{u}_{iS}(x_i, t) + 2h_i \dot{u}_{iS}(x_i, t) - a_i^2 u_{iS}''(x_i, t) = 0 \quad i = 4, 5$  которые соответствуют неоднородным (1)-(3), удовлетворяют граничные условия

$$\begin{aligned} u_{iS}(l_i, t) &= u_{(i+1)S}(0, t), \quad i = 1, 4 \\ E_1 F_1 u_1'(0, t) &= c_0 u_{1S}(0, t) + m_0 \ddot{u}_{iS}(x_i, t) - P(t) \quad (12) \\ E_i F_i u_{iS}'(l_i, t) &= E_{i+1} F_{i+1} u_{(i+1)S}'(0, t) \quad i = 1, 2 \\ u_{iS}'(l_i, t) &= u_{(i+1)S}'(0, t), \quad i = 3, 4, \quad u_{5S}'(l_5, t) = 0 \end{aligned}$$

из которых исключены стационарные составляющие.

Квазистатические перемещения  $u_i(x_i)$  находим из системы уравнений (1)-(9)

$$\begin{aligned} u_1(x_1) &= \frac{g}{c_0} (m_0 + a_{1S} - \mu m_4) + \frac{g x_1}{E_1 F_1} \left[ (a_{1S} - \mu m_4) - \frac{\rho_1}{2} F_1 x_1 \right] \\ u_2(x_2) &= \frac{g}{c_0} (m_0 + a_{1S} - \mu m_4) - \frac{\rho_1}{2 E_1} g l_1^2 + \\ &+ \frac{g l_1}{E_1 F_1} (a_{1S} - \mu m_4) + \frac{g x_2}{E_2 F_2} \left( a_{2S} - \mu m_4 - \frac{\rho_2}{2} F_2 x_2 \right) \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_3(x_3) &= \frac{g}{c_0} (m_0 + a_{1S} - \mu m_4) - \\ &- g \sum_{j=1}^2 \left( a_{jS} - \mu m_4 - \frac{m_j}{2} \right) \frac{l_j}{E_j F_j} + \frac{g x_3}{E_3 F_3} \left( a_{3S} - \mu m_4 - \frac{\rho_3 F_3}{2} x_3 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_4(x_4) &= \frac{g}{c_0} (m_0 + a_{1S} - \mu m_4) + \sum_{j=1}^3 \left( a_{jS} - \mu m_4 - \frac{m_j}{2} \right) \frac{l_j}{E_j F_j} + \\ &+ \frac{g x_4}{E_3 F_3} \left( a_{4S} - \mu m_4 - \frac{\rho_3 F_3}{2} (1 - \mu) x_4 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_5(x_5) &= \frac{g}{c_0} (m_0 + a_{1S} - \mu m_4) + \sum_{j=1}^3 \left( a_{jS} - \mu m_4 - \frac{m_j}{2} \right) \frac{l_j}{E_j F_j} - \\ &- \frac{\rho_3 l_4^2}{2 E_3} g + \frac{g l_4}{E_3 F_3} (a_{4S} - \mu m_4) + \frac{g x_5}{E_3 F_3} \left( m_5 - q F_3 \sum_{j=1}^5 l_j - \frac{1}{2} \rho_3 F_3 x_5 \right) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} a_{1S} &= \sum_{j=1}^3 (\rho_j - q) F_j l_j + (\rho_3 - q) F_3 \sum_{j=4}^5 l_j \\ a_{2S} &= \sum_{j=2}^3 (\rho_j - q) F_j l_j - q F_2 l_1 + (\rho_3 - q) F_3 \sum_{j=4}^5 l_j \\ a_{3S} &= \left( \rho_3 \sum_{j=3}^5 l_j - q \sum_{j=1}^5 l_j \right) F_3 \\ a_{4S} &= \left( \rho_3 \sum_{j=4}^5 l_j - q \sum_{j=1}^5 l_j \right) F_3 \\ \mu &= (f_0/g) \text{sign}[\dot{u}_4(x_4, t)] \end{aligned}$$

Найденные квазистатические упругие перемещения сечений БК зависят от сил трения, вязкого сопротивления и плотности жидкостных ванн, а также в первой секции стремительно нарастают (рис.3а), во второй – незначительно уменьшаются (рис.3б), а с приближением к зоне аварии – убывают практически линейно (рис.3в). Это свидетельствует о том, что буровые трубы застряли в скважине.

Далее получим начальные условия  $u_i(x_i, 0)$  для системы уравнений (1)-(3) из уравнений баланса

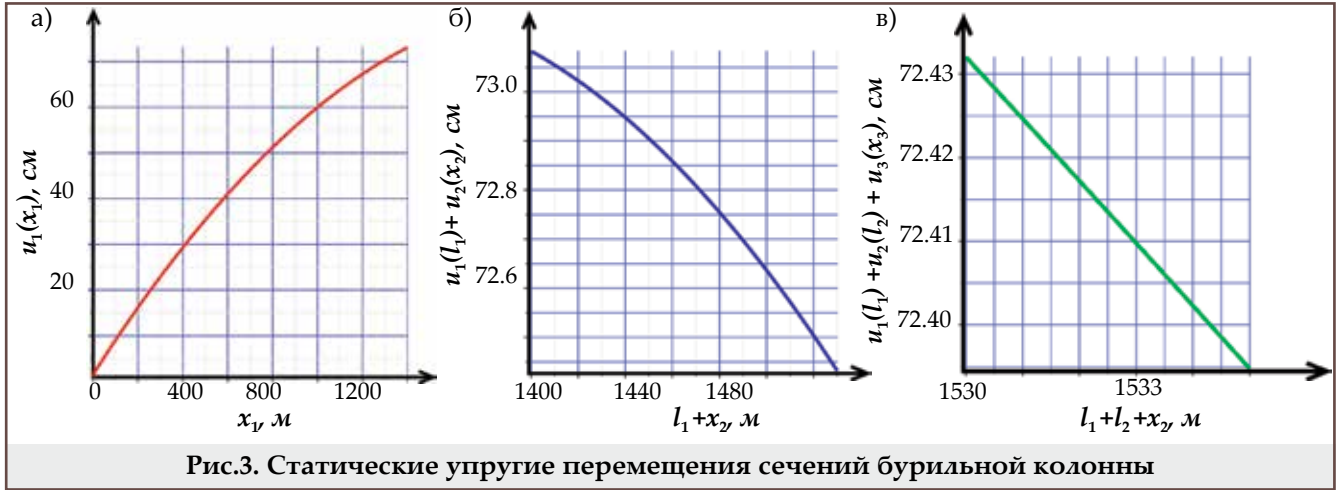


Рис.3. Статические упругие перемещения сечений буровой колонны

сил, приложенных в текущих сечениях секций БК:

- для текущего сечения первой секции БК ( $0 \leq x_1 \leq l_1$ )

$$u_1(x_1, 0) = \frac{g}{c_0} \left( m_0 + a_{1s} - \frac{P_0}{g} l_4 \right) + \frac{gx_1}{E_1 F_1} \left[ \left( a_{1s} - \frac{P_0}{g} l_4 \right) - \frac{\rho_1}{2} F_1 x_1 \right] \quad (14)$$

- для текущего сечения УБТ ( $0 \leq x_2 \leq l_2$ )

$$u_2(x_2, 0) = \frac{g}{c_0} \left( m_0 + a_{1s} - \frac{P_0}{g} l_4 \right) - \frac{\rho_1 l_1^2}{2 E_1} g + \frac{gl_1}{E_1 F_1} \left( a_{1s} - \frac{P_0}{g} l_4 \right) + \frac{gx_2}{E_2 F_2} \left( a_{2s} - \frac{P_0}{g} l_4 - \frac{\rho_2}{2} F_2 x_2 \right) \quad (15)$$

- для текущего сечения ниже УБТ и выше прихваченной части БК ( $0 \leq x_3 \leq l_3$ ),  $l_3$  - место прихвата БК)

$$u_3(x_3, 0) = \frac{g}{c_0} \left( m_0 + a_{1s} - \frac{P_0}{g} l_4 \right) + \quad (16)$$

$$g \sum_{j=1}^2 \left( a_{js} - \frac{P_0}{g} l_4 - \frac{m_j}{2} \right) \frac{l_j}{E_j F_j} + \frac{gx_3}{E_3 F_3} \left( a_{3s} - \frac{P_0}{g} l_4 - \frac{1}{2} \rho_3 F_3 x_3 \right);$$

- для текущего сечения прихваченной части БК ( $0 \leq x_4 \leq l_4$ ),  $l_4$  - длина прихвата)

$$u_4(x_4, 0) = \frac{g}{c_0} \left( m_0 + a_{1s} - \frac{P_0}{g} l_4 \right) + g \sum_{j=1}^3 \left( a_{js} - \frac{P_0}{g} l_4 - \frac{m_j}{2} \right) \frac{l_j}{E_j F_j} + \frac{gx_4}{E_3 F_3} \left[ a_{4s} - \frac{P_0}{g} l_4 + \frac{1}{2} \left( \frac{P_0}{g} - \rho_3 F_3 \right) x_4 \right] \quad (17)$$

- для текущего сечения, ниже прихваченной части БК ( $0 \leq x_5 \leq l_5$ )

$$u_5(x_5, 0) = \frac{g}{c_0} \left( m_0 + a_{1s} - \frac{P_0}{g} l_4 \right) + g \sum_{j=1}^3 \left( a_{js} - \frac{P_0}{g} l_4 - \frac{m_j}{2} \right) \frac{l_j}{E_j F_j} + \frac{gl_4}{E_3 F_3} \left[ a_{4s} - \frac{1}{2} \left( \frac{P_0}{g} l_4 + m_4 \right) \right] + \frac{gx_5}{E_3} \left[ \rho_3 \left( l_5 - \frac{1}{2} x_5 \right) - q \sum_{j=1}^5 l_j \right] \quad (18)$$

где  $P_0$  - интенсивность равномерно распределённой нагрузки прихваченной части колонны буровых труб.

В положении статического равновесия БК скорости в текущих сечениях

$$\dot{u}(x_i, t) = 0, \quad i = \overline{1,5} \quad (19)$$

Из условий неподвижности прихваченной части буровой колонны  $u_4(x_4, 0)$  определяем место  $l_3$ , длину прихвата  $l_4$  и интенсивность  $P_0$

нагрузки прихваченной части БК.

Таким образом, начальные условия для системы уравнений (11) находим из равенств

$$u_{is}(x_i, 0) = u_i(x_i, 0) - u_i(x_i), \quad \dot{u}_{is}(x_i, 0) = \dot{u}_i(x_i, 0) - \dot{u}_i(x_i), \quad i = \overline{1,5} \quad (20)$$

В результате подстановки начальных условий (14)-(19) и квазистатических перемещений (13) в соотношения (20), получаем:

$$u_{1s}(x_1, 0) = \left( \frac{1}{c_0} + \frac{x_1}{E_1 F_1} \right) a_0$$

$$u_{2s}(x_1, 0) = \left( \frac{1}{c_0} + \frac{l_1}{E_1 F_1} + \frac{x_2}{E_2 F_2} \right) a_0$$

$$u_{3s}(x_3, 0) = \left( \frac{1}{c_0} + \sum_{j=1}^2 \frac{l_j}{E_j F_j} + \frac{x_3}{E_3 F_3} \right) a_0 \quad (21)$$

$$u_{4s}(x_4) = \left( \frac{1}{c_0} + \frac{x_4}{E_3 F_3} - \frac{x_4^2}{2 E_3 F_3 l_4} \right) a_0$$

$$u_{5s}(x_5) = \left( \frac{1}{c_0} + \sum_{j=1}^3 \frac{l_j}{E_j F_j} + \frac{l_4}{E_3 F_3} \right) a_0 + \frac{l_4^2}{2 E_3 F_3} P_0 - \frac{q x_5}{E_3} \sum_{j=1}^5 l_j$$

$$\dot{u}_{is}(x_i, 0) = 0, \quad i = \overline{1,5}$$

где  $a_0 = \mu m_4 g - P_0 l_4$ .

### Вынужденная составляющая перемещения сечений буровой колонны

Таким образом, мы имеем систему однородных уравнений (11) с неоднородными нестационарными граничными условиями (12). Для нахождения решений  $u_{is}(x_i, t)$  введем новые функции  $\varphi_i(x_i, t)$ ,  $i = \overline{1,5}$ , полагая

$$u_{is}(x_i, t) = w_i(x_i, t) + \varphi_i(x_i, t), \quad i = \overline{1,5} \quad (22)$$

Специально подобранные функции  $\varphi_i(x_i, t)$  представляют собой отклонение динамических перемещений  $u_{is}(x_i, t)$  от некоторых известных функций  $w_i(x_i, t)$ . Функции  $\varphi_i(x_i, t)$  описывают вынужденные составляющие перемещений секций БК и определяются из нестационарных граничных условий:

$$\varphi_i(x_i, t) = \varphi_{i+1}(0, t), \quad i = \overline{1,4} \quad (23)$$

$$E_1 F_1 \varphi_1'(0, t) + c_0 \varphi_1(0, t) + m_0 \varphi_1(x_1, t) - P(t)$$

$$E_i F_i \varphi_i'(l_i, t) = E_{i+1} F_{i+1} \varphi_{i+1}'(0, t), \quad i = \overline{1,2}$$

$$\varphi_i(l_i, t) = \varphi_{i+1}'(0, t), \quad i = \overline{3,4}, \quad \varphi_5'(l_5, t) = 0$$

как решение уравнений, соответствующих (11), с целью обеспечения нулевых граничных условий для функций  $w_i(x_i, t)$ .

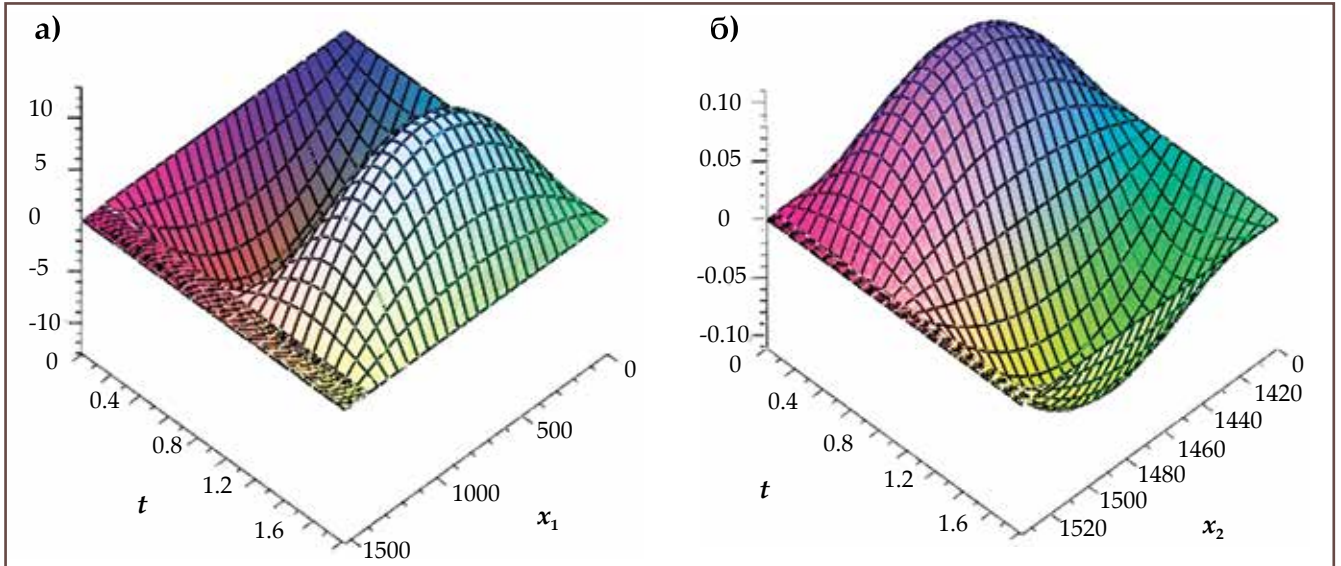


Рис.4. Возмущения в сечениях БК, вызванные вынужденной силой

Подобранные функции, удовлетворяющие условиям (23), имеют вид:

$$\begin{aligned} \varphi_i(x_i, t) &= (-1)^i \frac{P(t)}{E_i F_i l_i} x_i (l_i - x_i) \quad i = \overline{1,3} \\ \varphi_4(x_4, t) &= \frac{P(t)}{E_3 F_3 l_4} x_4 (l_4 - x_4) \\ \varphi_5(x_5, t) &= \frac{P(t)}{2E_3 F_3 l_5} x_5 (x_5 - 2l_5) \end{aligned} \quad (24)$$

Полученные зависимости (24) описывают вынужденные составляющие колебаний сечений бурильных труб, возникающие вследствие воздействия внешней силы  $P(t)$ , которые не исчезают даже в случае отсутствия начальных возмущений. Силы в сечениях БК, рассчитанные в результате воздействия гармонического возмущения  $P(t) = A \sin(\omega t + \gamma)$  при амплитуде  $A = 1$  кН, показаны на рисунке 4а для всей БК, а на рисунке 4б – для УБТ и свободной части третьей секции.

Тем самым общая краевая задача для функций  $u_{is}(x_i, t)$  сводится к краевой задаче для функций  $w_i(x_i, t)$ , которые являются решением неоднородных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \ddot{w}_i(x_i, t) + 2h_i \dot{w}_i(x_i, t) - a_i^2 w_i''(x_i, t) &= (-1)^i \frac{A}{E_i F_i l_i} \times \\ &\times \left[ (x_i(x_i - l_i)\omega^2 + 2a_i^2) \sin(\omega t + \gamma) - 2h_i x_i(x_i - l_i)\omega \cos(\omega t + \gamma) \right] \\ &\quad i = \overline{1,2,3}; \\ \ddot{w}_4(x_4, t) + 2h_4 \dot{w}_4(x_4, t) - a_3^2 w_4''(x_4, t) &= -\frac{A}{E_3 F_3 l_4} \times \\ &\times \left[ (x_4(l_4 - x_4)\omega^2 + 2a_3^2) \sin(\omega t + \gamma) - 2h_4 x_4(l_4 - x_4)\omega \cos(\omega t + \gamma) \right]; \\ \ddot{w}_5(x_5, t) + 2h_5 \dot{w}_5(x_5, t) - a_3^2 w_5''(x_5, t) &= \frac{A}{2E_3 F_3 l_5} \times \\ &\times \left[ (x_5(2l_5 - x_5)\omega^2 + 2a_3^2) \sin(\omega t + \gamma) - 2h_5 x_5(2l_5 - x_5)\omega \cos(\omega t + \gamma) \right] \end{aligned}$$

при граничных

$$\begin{aligned} w_i(l_i, t) &= w_{i+1}(0, t), \quad i = \overline{1,4} \\ E_i F_i w_i'(0, t) &= c_0 w_1(0, t) + m_0 \dot{w}_1(0, t) \\ E_i F_i w_i'(l_i, t) &= E_{i+1} F_{i+1} w_{i+1}'(0, t), \quad i = \overline{1,2} \\ w'_i(l_i, t) &= w'_{i+1}(0, t), \quad i = \overline{3,4} \end{aligned} \quad (26)$$

$w'_5(l_5, t) = 0$  и с учётом (21) и (22) начальных условий

$$\begin{aligned} w_1(x_1, 0) &= \left( \frac{1}{c_0} + \frac{x_1}{E_1 F_1} \right) a_0 + \frac{a_{A1} x_1}{E_1 F_1 l_1} (l_1 - x_1) \\ w_2(x_2, 0) &= \left( \frac{1}{c_0} + \frac{l_1}{E_1 F_1} + \frac{x_2}{E_2 F_2} \right) a_0 - \frac{a_{A1} x_2}{E_2 F_2 l_2} (l_2 - x_2) \\ w_3(x_3, 0) &= \left( \frac{1}{c_0} + \sum_{j=1}^2 \frac{l_j}{E_j F_j} + \frac{x_3}{E_3 F_3} \right) a_0 + \frac{a_{A1} x_3}{E_3 F_3 l_3} (l_3 - x_3) \\ w_4(x_4, 0) &= \left( \frac{1}{c_0} + \frac{x_4}{E_3 F_3} - \frac{x_4^2}{2E_3 F_3 l_4} \right) a_0 - \frac{a_{A1} x_4}{E_3 F_3 l_4} (l_4 - x_4) \\ w_5(x_5, 0) &= \left( \frac{1}{c_0} + \sum_{j=1}^3 \frac{l_j}{E_j F_j} + \frac{l_4}{E_3 F_3} \right) a_0 + \\ &+ \frac{l_4^2}{2E_3 F_3} P_0 - \frac{q x_5}{E_3} \sum_{j=1}^5 l_j + \frac{a_{A1} x_5}{2E_3 F_3 l_5} (2l_5 - x_5) \\ \dot{w}_i(x_i, 0) &= (-1)^{i+1} \frac{a_{A2} x_i}{E_i F_i l_i} (l_i - x_i) \quad i = \overline{1,3} \\ \dot{w}_4(x_4, 0) &= -\frac{a_{A2} x_4}{E_3 F_3 l_4} (l_4 - x_4); \quad \dot{w}_5(x_5, 0) = \frac{a_{A2} x_5}{2E_3 F_3 l_5} (2l_5 - x_5) \end{aligned} \quad (27)$$

где:  $a_{A1} = a_A \sin \gamma$ ;  $a_{A2} = a_A \omega \cos \gamma$ .

### Собственные частоты колебаний бурильной колонны

Для нахождения нетривиального решения системы уравнений (25) воспользуемся методом Фурье, согласно которому перемещения представим в виде произведения:

$$w_i(x_i, t) = X_i(x_i) \cdot T_i(t), \quad i = \overline{1,5} \quad (29)$$

где  $X_i(x_i)$  – функция текущего сечения,  $T_i(t)$  – функция времени.

Подставляя предполагаемую форму решения (29) в однородные уравнения, соответствующие (25), получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{T}_i(t)}{T_i(t)} + 2h_i \frac{\dot{T}_i(t)}{T_i(t)} &= a_i^2 \frac{X_i''(x_i)}{X_i(x_i)} = -p_k^2, \quad i = \overline{1,2} \\ \frac{\ddot{T}_i(t)}{T_i(t)} + 2h_i \frac{\dot{T}_i(t)}{T_i(t)} &= a_3^2 \frac{X_i''(x_i)}{X_i(x_i)} = -p_k^2, \quad i = \overline{3,4,5} \end{aligned} \quad (30)$$

Из соотношений (30) получаем обыкновенные

дифференциальные уравнения:

$$X_i''(x_i) + a_i^2 p_k^2 X_i(x_i) = 0, \quad i=1,2 \quad (31)$$

$$X_i''(x_i) + a_3^2 p_k^2 X_i(x_i) = 0, \quad i=3,4,5$$

$$T_i(t) + 2h_i T_i'(t) + p_k^2 T_i(t) = 0, \quad i=1,5 \quad (32)$$

Из граничных условий (26) следует, что функции  $X_i(x_i)$  должны удовлетворять дополнительным условиям:

$$\begin{aligned} X_i(l_i) \cdot T_i(t) &= X_{i+1}(0) \cdot T_{i+1}(t), \quad i=1,4 \\ E_1 F_1 X_1'(0) &= c_0 X_1(0) + m_0 a_1^2 X_1''(0) \\ E_2 F_2 X_2'(l_2) \cdot T_2(t) &= E_3 F_3 X_3'(0) \cdot T_3(t) \\ X_i'(l_i) \cdot T_i(t) &= X_{i+1}'(0) \cdot T_{i+1}(t), \quad i=3,4 \\ X_5'(l_5) &= 0 \end{aligned} \quad (33)$$

Таким образом, мы пришли к задаче Штурма-Лиувилля. Согласно этой задаче нетривиальное общее решение уравнений (31), (32) по  $X_i(x_i)$  записываются в виде:

$$\begin{aligned} X_i(x_i) &= A1_i \sin\left(\frac{p_k}{a_i} x_i\right) + A2_i \cos\left(\frac{p_k}{a_i} x_i\right), \quad i=1,2 \\ X_i(x_i) &= A1_i \sin\left(\frac{p_k}{a_3} x_i\right) + A2_i \cos\left(\frac{p_k}{a_3} x_i\right), \quad i=3,4,5 \end{aligned} \quad (34)$$

После подстановки (34) в дополнительные условия (33), получаем уравнение для определения собственных частот колебаний БК

$$\begin{aligned} M_1 \left[ 1 - \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_3} l_3\right) \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_3} l_4\right) \right] - M_2 \left[ \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_3} l_3\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_3} l_4\right) \right] = \\ = \left\{ M_1 \left[ \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_3} l_3\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_3} l_4\right) \right] + \right. \\ \left. + M_2 \left[ 1 - \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_3} l_3\right) \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_3} l_4\right) \right] \right\} \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_3} l_5\right) \end{aligned} \quad (35)$$

где:

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{\mu_1}{\mu_3} - \frac{\mu_2}{\mu_3} \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_1} l_1\right) \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_2} l_2\right) - \\ &- \frac{\mu_1 p_k}{c_0 - m_0 p_k^2} \left[ \frac{\mu_1}{\mu_3} \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_1} l_1\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_2} l_2\right) \right] \\ M_2 &= \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_1} l_1\right) + \frac{\mu_1}{\mu_2} \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_2} l_2\right) + \\ &+ \frac{\mu_1 p_k}{c_0 - m_0 p_k^2} \left[ 1 - \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_1} l_1\right) \operatorname{tg}\left(\frac{p_k}{a_2} l_2\right) \right] \\ \mu_i &= F_i \sqrt{E_i \rho_i}, \quad i=1,2,3 \end{aligned}$$

Поскольку частотное уравнение (35) в общем случае трансцендентное не имеет решений в элементарных функциях, поэтому частотный спектр  $p_k(k=1, \infty)$  собственных колебаний сечений БК можно рассчитать при помощи математического компьютерного пакета. Отметим также, что спектр частот БК зависит от приведенной массы и жёсткости талевой системы.

При помощи компьютерного моделирования

был рассчитан спектр частот (табл.1) для следующей компоновки бурильной колонны:

$m_0=9855$  кг – приведенная масса талевой системы;  
 $c_0=53$  МН/м – коэффициент жёсткости талевых канатов;

$E_1=E_2=E_3=210$  ГПа – модуль упругости Юнга;  
 $D_1=127$  мм,  $D_2=D_3=177.8$  мм,  $d_1=107$  мм,  $d_2=d_3=71.4$  мм – внешние и внутренние диаметры первой секции БК, УБТ и третьей секции БК соответственно;

$\rho_1=7869.5$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_2=\rho_3=7759$  кг/м<sup>3</sup> – плотность материалов, из которых изготовлены бурильные трубы;  
 $l_1=1400$  м,  $l_2=130$  м,  $l_3=40$  м – длины секций БК;  
 $\alpha_1=48.4$  кг/с,  $\alpha_2=\alpha_3=380.4$  кг/с – коэффициенты вязкого сопротивления промывочной жидкости в секциях БК;

$q=1200$  кг/м<sup>3</sup> – плотность промывочной жидкости [14];  
 $P_0 = 47$  кН/м – интенсивность равномерно распределённой силы прихвата;

$f_0 = 0.3$  – коэффициент сухого трения БК об корку скважины [15].

С точностью до произвольного множителя, который был положен равным единице, собственным частотам  $p_k$  соответствуют собственные функции:

$$\begin{aligned} X_{1k}(x_1) &= \sin\left(\frac{p_k}{a_1} x_1\right) + \frac{\mu_1 p_k}{c_0 - m_0 p_k^2} \cos\left(\frac{p_k}{a_1} x_1\right); \\ X_{2k}(x_2) &= \frac{\mu_1}{\mu_2} b_{1k} \sin\left(\frac{p_k}{a_2} x_2\right) + b_{2k} \cos\left(\frac{p_k}{a_2} x_2\right); \\ X_{3k}(x_3) &= \frac{\mu_2}{\mu_3} b_{3k} \sin\left(\frac{p_k}{a_3} x_3\right) + b_{4k} \cos\left(\frac{p_k}{a_3} x_3\right); \\ X_{4k}(x_4) &= b_{5k} \sin\left(\frac{p_k}{a_3} x_4\right) + b_{6k} \cos\left(\frac{p_k}{a_3} x_4\right); \\ X_{5k}(x_5) &= b_{7k} \sin\left(\frac{p_k}{a_3} x_5\right) + b_{8k} \cos\left(\frac{p_k}{a_3} x_5\right) \end{aligned} \quad (36)$$

где коэффициенты:

$$\begin{aligned} b_{1k} &= \cos\left(\frac{p_k}{a_1} l_1\right) - \frac{\mu_1 p_k}{c_0 - m_0 p_k^2} \sin\left(\frac{p_k}{a_1} l_1\right); \\ b_{2k} &= \sin\left(\frac{p_k}{a_1} l_1\right) + \frac{\mu_1 p_k}{c_0 - m_0 p_k^2} \cos\left(\frac{p_k}{a_1} l_1\right); \\ b_{3k} &= \frac{\mu_1}{\mu_2} b_{1k} \cos\left(\frac{p_k}{a_2} l_2\right) - b_{2k} \sin\left(\frac{p_k}{a_2} l_2\right); \\ b_{4k} &= \frac{\mu_1}{\mu_2} b_{1k} \sin\left(\frac{p_k}{a_2} l_2\right) + b_{2k} \cos\left(\frac{p_k}{a_2} l_2\right); \\ b_{5k} &= \frac{\mu_2}{\mu_3} b_{3k} \cos\left(\frac{p_k}{a_3} l_3\right) - b_{4k} \sin\left(\frac{p_k}{a_3} l_3\right); \\ b_{6k} &= \frac{\mu_2}{\mu_3} b_{3k} \sin\left(\frac{p_k}{a_3} l_3\right) + b_{4k} \cos\left(\frac{p_k}{a_3} l_3\right); \\ b_{7k} &= b_{5k} \cos\left(\frac{p_k}{a_3} l_4\right) - b_{6k} \sin\left(\frac{p_k}{a_3} l_4\right); \\ b_{8k} &= b_{5k} \sin\left(\frac{p_k}{a_3} l_4\right) + b_{6k} \cos\left(\frac{p_k}{a_3} l_4\right) \end{aligned}$$

Таблица 1

Собственные частоты бурильной колонны

Частота	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$	$p_{10}$
Гц	3.45	12.70	23.45	34.50	45.50	56.20	65.97	74.30	82.87	91.61

Далее ограничимся представлением динамики бурильной колонны до места прихвата.

На основании найденных собственных функций (36) в соответствии с (29) решения  $w_i(x_i, t)$  будем искать в виде следующих рядов:

$$w_1(x_1, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \sin\left(\frac{p_k}{a_1} x_1\right) + \frac{\mu_1 p_k}{c_0 - m_0 p_k^2} \cos\left(\frac{p_k}{a_1} x_1\right) \right] \cdot T_{1k}(t)$$

$$w_2(x_2, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{\mu_1}{\mu_2} b_{1k} \sin\left(\frac{p_k}{a_2} x_2\right) + b_{2k} \cos\left(\frac{p_k}{a_2} x_2\right) \right] \cdot T_{2k}(t) \quad (37)$$

$$w_3(x_3, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{\mu_2}{\mu_3} b_{3k} \sin\left(\frac{p_k}{a_3} x_3\right) + b_{4k} \cos\left(\frac{p_k}{a_3} x_3\right) \right] \cdot T_{3k}(t)$$

**Динамика бурильной колонны**

Далее определим временные функции  $T_{ik}(t)$ ,  $i, k$  таким образом, чтобы ряды (37) удовлетворяли уравнениям (25) и начальным условиям (27), (28). После подстановки рядов (37) в систему уравнений (25), получаем:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left[ \sin\left(\frac{p_k}{a_1} x_1\right) + \frac{\mu_1 p_k}{c_0 - m_0 p_k^2} \cos\left(\frac{p_k}{a_1} x_1\right) \right] \times$$

$$\times (\ddot{T}_{1k}(t) + 2h_1 \dot{T}_{1k}(t) + p_k^2 T_{1k}(t)) = q_1(x_1, t)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{\mu_1}{\mu_2} b_{1k} \sin\left(\frac{p_k}{a_2} x_2\right) + b_{2k} \cos\left(\frac{p_k}{a_2} x_2\right) \right] \times \quad (38)$$

$$\times (\ddot{T}_{2k}(t) + 2h_2 \dot{T}_{2k}(t) + p_k^2 T_{2k}(t)) = q_2(x_2, t)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{\mu_2}{\mu_3} b_{3k} \sin\left(\frac{p_k}{a_3} x_3\right) + b_{4k} \cos\left(\frac{p_k}{a_3} x_3\right) \right] \times$$

$$\times (\ddot{T}_{3k}(t) + 2h_3 \dot{T}_{3k}(t) + p_k^2 T_{3k}(t)) = q_3(x_3, t)$$

где:  $q_i = (-1)^i \frac{A}{E_i F_i l_i} \left[ (x_i(x_i - l_i) \omega^2 + 2a_i^2) \sin(\omega t + \gamma) - 2h_i x_i (x_i - l_i) \omega \cos(\omega t + \gamma) \right], \quad i = 1, 2, 3$

Воспользовавшись теоремой разложимости В.А.Стеклова правые части уравнений (38)  $q_i(x_i, t)$  и начальные условия (27)  $w_i(x_i, 0)$  разложим на интервалах  $(0, l_i)$  по собственным функциям (36)

$$q_i(x_i, t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_{ik}(t) X_{ik}(x_i)$$

$$w_i(x_i, 0) = \sum_{k=1}^{\infty} T_{ik}(0) X_{ik}(x_i), \quad i = 1, 2, 3$$

где:  $C_{ik}(t) = \frac{\int_0^{l_i} q_i(x_i, t) X_{ik}(x_i) dx_i}{\int_0^{l_i} X_{ik}^2(x_i) dx_i}$

$$T_{ik}(0) = \frac{\int_0^{l_i} w_{ik}(x_i, 0) X_{ik}(x_i) dx_i}{\int_0^{l_i} X_{ik}^2(x_i) dx_i}$$

Осталось решить следующие задачи Коши:

$$\ddot{T}_{ik}(t) + 2h_i \dot{T}_{ik}(t) + p_k^2 T_{ik}(t) = A_{ik} \sin(\omega t + \gamma_{ik})$$

$$T_{ik}(0), \dot{T}_{ik}(0), \quad i = 1, 2, 3, \quad k = \overline{1, \infty} \quad (39)$$

Решение неоднородных дифференциальных уравнений (39) состоит из общих  $T_{1ik}(t)$  и частных  $T_{2ik}(t)$  решений. Ранее найденным собственным частотам  $p_k$  соответствуют общие решения уравнений (39):

$$T_{1ik}(t) = e^{-h_i t} \left[ B_{1ik} \sin(t\sqrt{p_k^2 - h_i^2}) + B_{2ik} \cos(t\sqrt{p_k^2 - h_i^2}) \right]$$

$$i = 1, 2, 3, \quad k = \overline{1, \infty}. \quad (40)$$

и частные решения:

$$T_{2ik}(t) = D_{ik} \sin(\omega t + \delta_{ik}), \quad i = 1, 2, 3, \quad k = \overline{1, \infty} \quad (41)$$

где:  $D_{ik} = \frac{A_{ik}}{\sqrt{(p_k^2 - \omega^2)^2 + 4h_i^2 \omega^2}}$ ;

$$\delta_{ik} = \arctg \frac{(p_k^2 - \omega^2) \operatorname{tg} \gamma_{ik} - 2h_i \omega}{(p_k^2 - \omega^2) + 2h_i \omega \operatorname{tg} \gamma_{ik}}$$

Таким образом, временные функции согласно (39)-(41) принимают вид:

$$T_{ik}(t) = e^{-h_i t} \left[ B_{1ik} \sin(t\sqrt{p_k^2 - h_i^2}) + B_{2ik} \cos(t\sqrt{p_k^2 - h_i^2}) \right] + \frac{A_{ik} \sin(\omega t + \delta_{ik})}{\sqrt{(p_k^2 - \omega^2)^2 + 4h_i^2 \omega^2}} \quad (42)$$

постоянные интегрирования в которых определяем из начальных условий (39):

$$B_{1ik} = \frac{1}{\sqrt{p_k^2 - h_i^2}} \left[ \dot{T}_{ik}(0) + h_i T_{ik}(0) + A_{ik} \frac{\omega \cos \delta_{ik} - h_i \sin \delta_{ik}}{\sqrt{(p_k^2 - \omega^2)^2 + 4h_i^2 \omega^2}} \right]$$

$$B_{2ik} = T_{ik}(0) - \frac{A_{ik} \sin \delta_{ik}}{\sqrt{(p_k^2 - \omega^2)^2 + 4h_i^2 \omega^2}} \quad (43)$$

Решение системы уравнений (25) в общем случае для первой и свободной части третьей секций БК с учетом (22), (24), (37), (42) и (43) принимают вид:

$$u_1(x_1, t) = \frac{g}{c_0} (m_0 + a_{1S} - \mu m_4) + \frac{g x_1}{E_1 F_1} \left[ (a_{1S} - \mu m_4) - \frac{\rho_1}{2} F_1 x_1 \right] - \frac{A x_1 (l_1 - x_1)}{E_1 F_1 l_1} \sin(\omega t + \gamma) + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \sin\left(\frac{p_k}{a_1} x_1\right) + \frac{\mu_1 p_k}{c_0 - m_0 p_k^2} \cos\left(\frac{p_k}{a_1} x_1\right) \right] \times \frac{A_{1k} \sin(\omega t + \delta_{1k})}{\sqrt{(p_k^2 - \omega^2)^2 + 4h_1^2 \omega^2}} + e^{-h_1 t} \left( B_{11k} \sin(t\sqrt{p_k^2 - h_1^2}) + B_{21k} \cos(t\sqrt{p_k^2 - h_1^2}) \right) \quad (44)$$

$$u_3(x_3, t) = \frac{g}{c_0} (m_0 + a_{1S} - \mu m_4) - g \sum_{j=1}^2 \left( a_{jS} - \mu m_4 - \frac{m_j}{2} \right) \frac{l_j}{E_j F_j} + \frac{g x_3}{E_3 F_3} \left( a_{3S} - \mu m_4 - \frac{\rho_3 F_3}{2} x_3 \right) - \frac{A x_3 (l_3 - x_3)}{E_3 F_3 l_3} \sin(\omega t + \gamma) + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{\mu_2}{\mu_3} b_{3k} \sin\left(\frac{p_k}{a_3} x_3\right) + b_{4k} \cos\left(\frac{p_k}{a_3} x_3\right) \right] \times \frac{A_{3k} \sin(\omega t + \delta_{3k})}{\sqrt{(p_k^2 - \omega^2)^2 + 4h_3^2 \omega^2}} + e^{-h_3 t} \times \left( B_{13k} \sin(t\sqrt{p_k^2 - h_3^2}) + B_{23k} \cos(t\sqrt{p_k^2 - h_3^2}) \right)$$

Полученные перемещения сечений колонны бурильных труб (44) состоят из четырёх составляющих:

1. статической, которая определяется натяжением бурильной колонны, весом труб и буровой жидкости, силами вязкого сопротивления и сухого трений, давлением породы на БК. На этом этапе определяют место и длину прихвата. Измерения этой составляющей позволяет оценить, а в отдельных случаях и предотвратить аварийную ситуацию – повышенная нагрузка на крюке либо превышение крутящего момента на поверхности;
2. вынужденные колебания с частотой вынужденной силы и амплитудой, которая не зависит от собственных частот БК, а только от места положения на бурильной трубе. Такие колебания имеют форму стоячих волн и достигают максимальных амплитуд на серединах секций. При этом перенос энергии практически отсутствует. Они представлены для первой секции труб на рисунке 5а, для УБТ – на рисунке 5б;
3. вынужденные колебания с частотой вынужденной силы и амплитудой, кото-

рая зависит от собственных частот БК и от места положения на бурильной трубе. Такие колебания имеют форму бегущих волн, которые при распространении по БК переносят энергию (в отличие от стоячих волн). Рассчитанные колебания в случае настройки возмущающей силы на первую собственную частоту БК представлены на рисунке 6а, на вторую – на рисунке 6б и на третью – на рисунке 6в;

4. собственные затухающие колебания, состоящие из суммы некратных гармоник и в значительной мере зависящие от вязкого сопротивления. Их интенсивность со временем убывает по экспоненциальной зависимости (рис.7).

### Энергетические характеристики вибрационного механизма

Анализ колебаний бурильной колонны показал, что в случае бурения с продувкой воздухом достаточно интенсивные при настройке вибратора на первую собственную частоту БК. При этом на верху БК могут возникнуть напряжения, превышающие допустимые, вместе с тем только незначительная часть энергии ( $\approx 20\%$ )

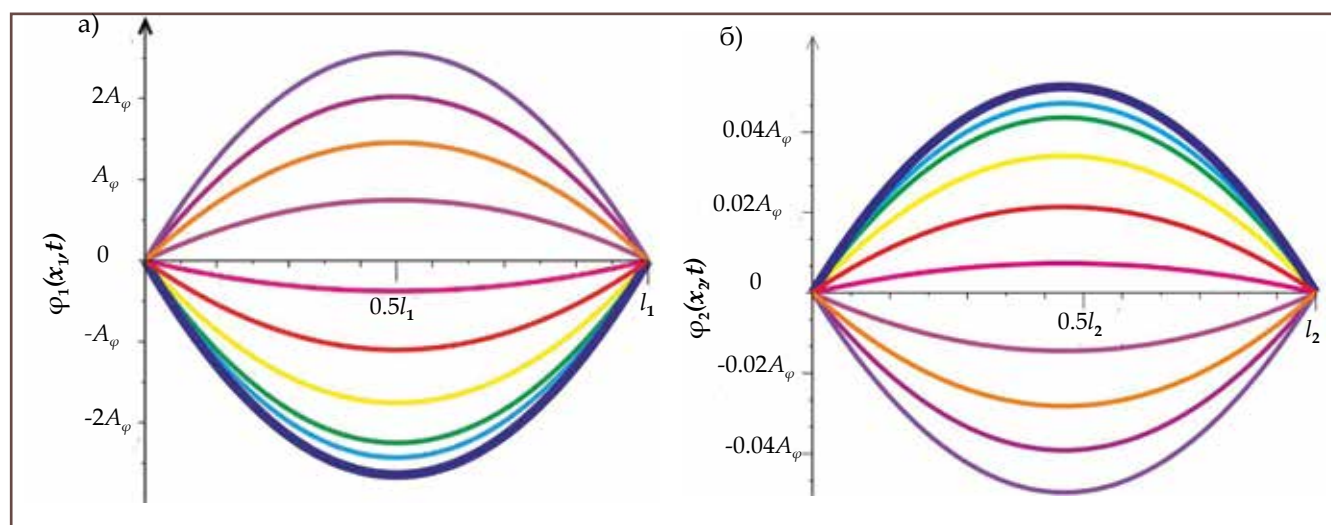


Рис. 5. Вынужденные составляющие колебаний сечений бурильной колонны

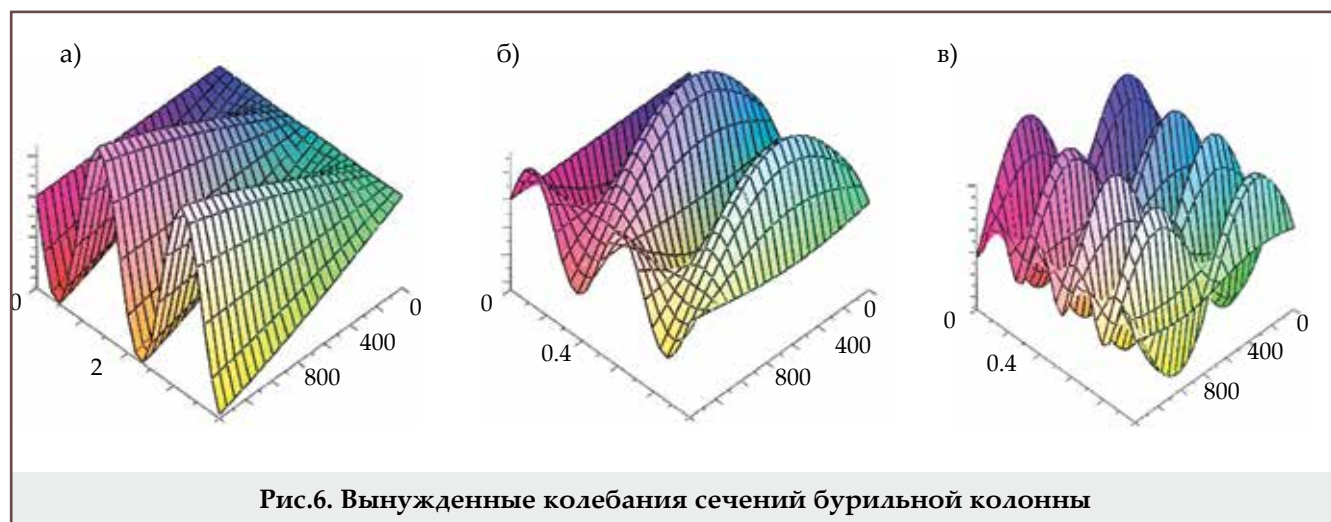


Рис.6. Вынужденные колебания сечений бурильной колонны



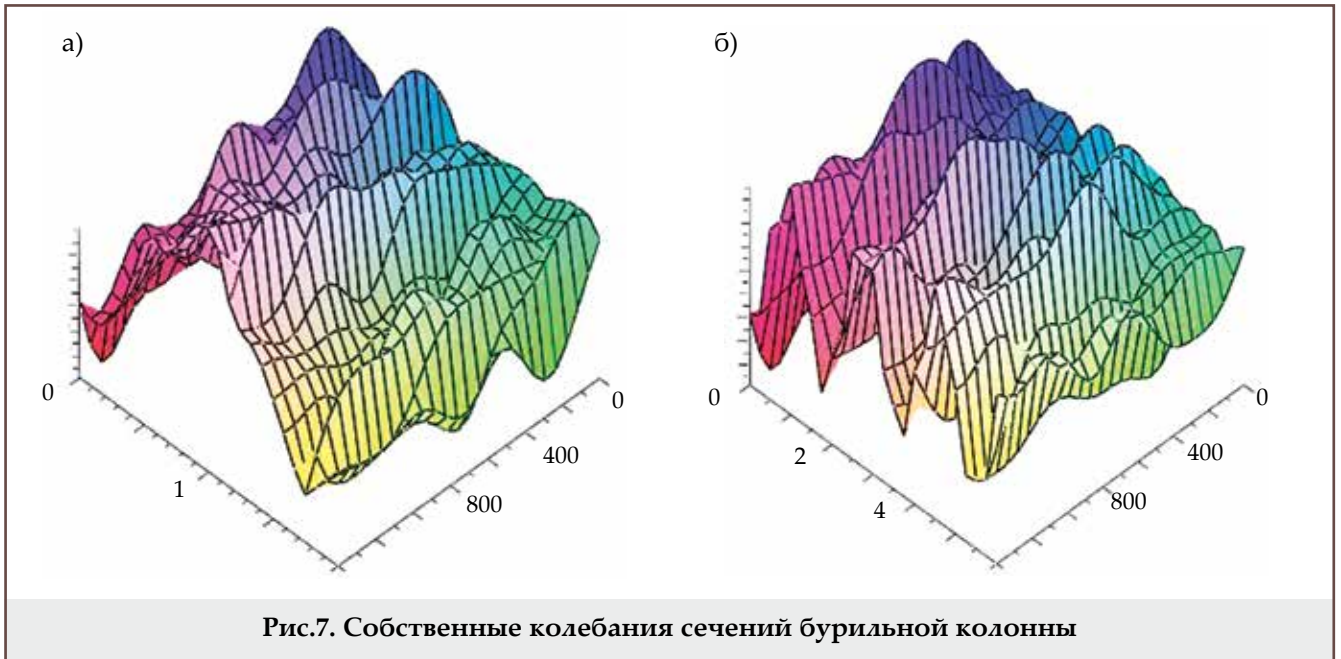


Рис.7. Собственные колебания сечений буровой колонны

передастся в зону прихвата. В случае бурения с промывочной жидкостью коэффициенты передачи амплитуд колебаний БК на первых десяти частотах сведены к таблице 2 [16].

Построенные амплитудно-частотные характеристики в зоне прихвата, которые зависят от вязкости промывочной жидкости, приведены на рисунке 8. Сплошной линией показана зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты для выбранной компоновки, точечно-пунктирной – для вязкости, которая превышает выбранную дважды, пунктирной – трижды.

Работа вибрационного механизма наиболее эффективна на первой резонансной частоте, но

вместе с тем необходимо проверить буровую колонну на прочность. Для этого было рассчитано напряжения во всех сечениях БК по формуле:

$$\sigma_i(x, t) = E_i u'_i(x, t)$$

Расчёты показывают, что максимальные напряжения испытывает верх БК и по мере приближения к низу БК снижается не менее, чем на 40%. При этом напряжение в области застревания буровых труб увеличивается вместе с вязкостью промывочной жидкости.

Поскольку текущие сечения БК имеют различные скорости, а отдельные секции – характеристики материала, поэтому мгновенная

Таблица 2

**Относительная амплитуда и коэффициент передачи колебаний в зону прихвата**

Частота	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$	$p_{10}$
Относительная амплитуда	1	0.273	0.147	0.100	0.08	0.06	0.05	0.05	0.04	0.04
Коэффициент	6.66	8.48	5.06	16.85	3.15	0.61	0.80	0.39	1.52	0.56

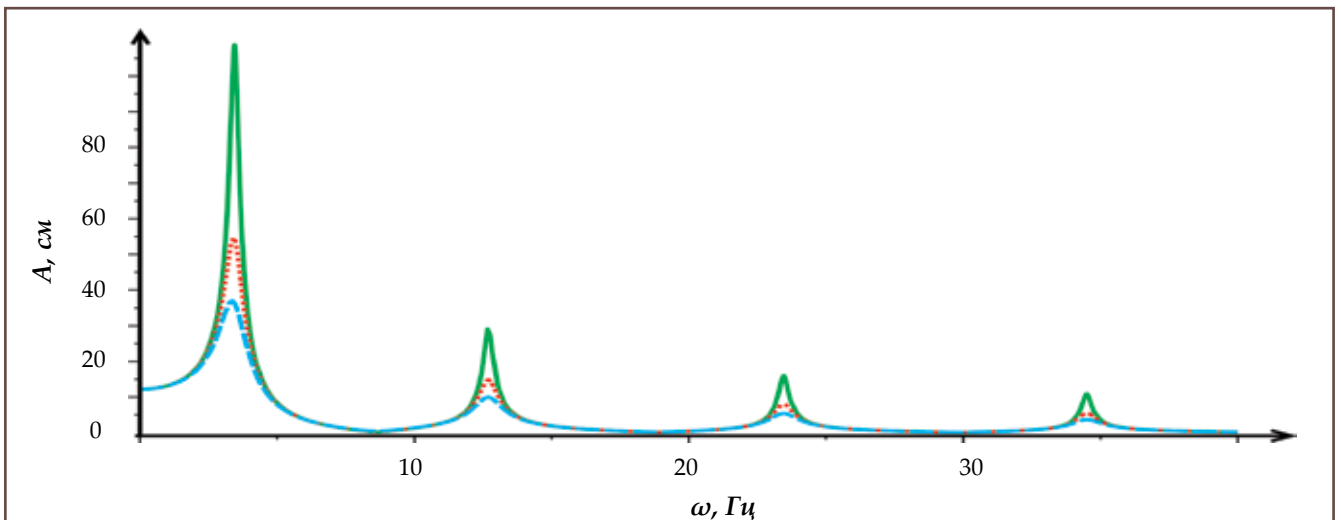


Рис.8. Амплитудно-частотные характеристика колебаний БК для разного вязкого сопротивления

кинетическая энергия БК имеет интегральную форму:

$$E_{кин}(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \rho_i F_i \int_0^{l_i} u_i^2(x_i, t) dx_i$$

где  $u_i(x_i, t)$ ,  $i=1,2,3$  – скорость текущего сечения  $i$ -ой секции БК с координатой  $x_i$  в произвольный момент времени. Исследования показали, что при резонансе к месту аварии передается около 40% от общей кинетической энергии

бурильной колонны.

Аналогично мгновенная потенциальная энергия БК принимает интегральную форму:

$$E_{ном}(t) = \sum_{i=1}^3 E_i F_i \int_0^{l_i} u_i'(x_i, t) dx_i$$

Для выбранной компоновки бурильной компоновки потенциальная энергия составляет 7.3 ГДж, а кинетическая – 0.29 ГДж.

### Результаты исследований

В результате проделанной работы составлена обоснованная дискретно-континуальная математическая модель бурильной колонны с вибрационным механизмом, смонтированной сверху БК. На основании разработанной математической модели составлена компьютерная программа для визуализации колебательных процессов БК, возмущенных вибратором, а также численного расчёта силовых, прочностных и энергетических характеристик. Также произведён анализ полученных результатов. Составленная модель позволяет анализировать и обосновывать работу вибратора с целью эффективности освобождения застрявшей БК. По результатам проведенных исследований сформулируем следующие выводы и рекомендации:

1. Вибратор целесообразно настроить на вторую или третью собственную частоту БК.
2. С увеличением вязкости промысловой жидкости амплитуда и энергия вынужденных колебаний падает, напряжение в зоне прихвата незначительно возрастает.
3. Полученные в работе результаты могут в дальнейшем быть использованы для усовершенствования существующих инженерных методов моделирования и расчёта бурильных колонн на стадии их проектирования и конструирования.

### Литература

1. Ю.А.Нифонтов, И.И.Клещенко, А.П.Телков и др. Ремонт нефтяных и газовых скважин. СПб.: Профессинал, 2005, Ч.1; 2009, Ч.2.
2. О.Э.Багиров. Композиционные алмазосодержащие материалы в породоразрушающем инструменте (обзор) // SOCAR Proceedings. – 2016 – № 2. – С. 16-28.
3. А.Н.Попов, А.И.Спивак, Т.О.Акбулатов и др. Технология бурения нефтяных и газовых скважин. М.: Недра-Бизнесцентр, 2003.
4. А.А.Гаджиев, Е.К.Толепбергенов. Промысловые испытания нового состава для крепления слабосцементированных пород призабойной зоны скважин // SOCAR Proceedings. – 2015 – № 4. – С. 31-35.
5. В.В.Рус. Вплив вібрацій на сили прихоплення бурильних труб при ліквідації ускладнень // Прикарпат. вісн. НТШ. Сер. Число. –2015. –№ 1. –С. 263-274.
6. З.Г.Керимов. Динамические расчёты бурильной колонны. М.: Недра, 1970.
7. K.K.Botros, J.O'Blenes, E.Yajure. Transfer matrix technique for determining the resonance conditions in retrieving stuck drill pipes with a top vibratory suspended drive //Journal of Petroleum and Gas Engineering. –2014. –Vol.5(5) –P.70-82.
8. P.Fox.William. Mathematical modeling with maple. Belmont, CA: Brooks/Cole Cengage Learning, 2012.
9. А.Х.Мирзаджанзаде, М.М.Хасанов, Р.Н.Бахтизин. Моделирование процессов нефтегазодобычи. Нелинейность, неравновесность, неопределенность. Москва-Ижевск: ИКИ, 2004.
10. Х.Хан. Теория упругости: Основы линейной теории и ее применения. М.: Мир, 1988.
11. А.А.Самарский, П.Н.Вабищевич. Численные методы решения обратных задач математической физики. М.: ЛКИ, 2009.

### References

1. Yu.A.Nifontov, I.I.Kleshchenko, A.P.Telkov et al. Oil and gas wells repair. S.-Pb.: Professional, 2005, Ch.1; 2009, Ch.2.
2. O. E. Baghirov. Composite Diamond-Bearing Materials in Rock Crushing Tools (Review) // SOCAR Proceedings. – 2016 – No. 2. – P. 16-28.
3. A.N.Popov, A.I.Spivak, T.O.Akbulatov et al. The technology of drilling oil and gas drilling. M.: Nedra-Business center, 2003.
4. A.A.Hajiyev, E.K.Tolepbergenov. Field Tests of New Composition for Stabilizing Weak Producing Formation // SOCAR Proceedings. –2015 –No. 4. –P. 31-35.
5. V.V.Rys. Vplyv vibratsiy na syly prykhoplennya burylnykh trub pry likvidatsiyi uskladnen //Prykarpat. visn. NTSh. Ser. Chyslo. –2015. –No. 1. –P. 263-274.
6. Z.G.Kerimov. Dynamic calculations of the drill string. M.: Nedra, 1970.
7. K.K.Botros, J.O'Blenes, E.Yajure. Transfer matrix technique for determining the resonance conditions in retrieving stuck drill pipes with a top vibratory suspended drive //Journal of Petroleum and Gas Engineering. –2014. –Vol.5(5) –P.70-82.
8. P.Fox.William. Mathematical modeling with maple. Belmont, CA: Brooks/Cole Cengage Learning, 2012.
9. A.Kh.Mirzadjanzade, M.M.Khasanov, R.N.Bahtizin, Modelling of processes oil production. Nonlinearity, nonequilibrium, uncertainty. Moskva-Izhevsk: ICR, 2004.
10. H. Hahn, Theory of elasticity: foundations of linear theory and its applications. M.: Mir, 1988.
11. A.A.Samarskii, P.N.Vabishchevich. Numerical methods for solving inverse problems of mathematical physics. M.: LKI, 2009.

12. O.A.Абдукамалов, Л.Н.Серебрякова, А.Р.Тастемиров. Опыт применения технологии воздействия ударно-волновой обработки на призабойную зону нагнетательных скважин на месторождениях Западного Казахстана // SOCAR Proceedings. –2017 –№ 1. –С. 62-65.

13. Ж.Б.Тошов. Анализ современного состояния вопроса динамики промывочной жидкости в процессе бурения скважин //Известия КГТУ им. И.Раззакова. –2014. –Вып.33. –С.250-252.

14. Э.М.Аббасов, Н.А.Агаева. Распространение упругих волн, создаваемых в жидкости, с учетом динамической связи системы пласт-скважина //SOCAR Proceedings. –2014. –№ 1. –С.77-84.

15. J.Pei. Numerical study of solid expandable tubular technology //SOCAR Proceedings. –2016. –№ 1. –P.25-33.

16. З.Г.Керимов, Н.А.Раджабов, Х.Д.Омаров. Экспериментальное исследование продольных колебаний вертлюга в процессе бурения скважин //Нефть и газ. –1972. –№3. –С. 21-24.

12. O.A.Abdukamalov, L.N.Serebryakova, A.R.Tastemirov. Experience of Shock Action for Bottomhole Zone Treatment of Injection Wells in the Fields of Western Kazakhstan // SOCAR Proceedings. –2017 –No. 1. –P. 62-65.

13. Zh.B.Toshov. Analiz sovremennogo sostoyaniya voprosa dinamiki promyvochnoy zhidkosti v processe bureniya skvazhin //Izvestiya KGTU im. I.Razzakova. –2014. –Vyp.33. –S.250-252.

14. E.M.Abbasov, N.A.Agaeva. Propagation of the constructed of pressure waves in fluid with the account dynamic connection of system the well-formation //SOCAR Proceedings. –2014. –No. 1. –P.77-84.

15. J.Pei. Numerical study of solid expandable tubular technology //SOCAR Proceedings. –2016. –No. 1. –P.25-33.

16. Z.G.Kerimov, N.A.Radzhabov, H.D.Omarov. Eksperimentalnoe issledovanie prodolnyh kolebanij vertlyuga v processe bureniya skvazhin //Neft i gaz. –1972. –№3. –S. 21-24.

### Исследование процесса передачи вибратором колебаний прихваченной бурильной колонне

К.Г.Левчук

Ивано-Франковский национальный технический университет нефти и газа, Ивано-Франковск, Украина

#### Реферат

В представленной работе предложена математическая модель работы бурильной колонны с вмонтированным сверху вибрационным механизмом, который используется для ликвидации прихватов бурильного инструмента. Полученная дискретно-континуальная модель, в которой учтены волновые процессы, состоит из отдельных секций бурильных труб с различными параметрами (материал, площадь поперечного сечения, внешние нагрузки). На основании этой модели составлена компьютерная программа с целью визуализации колебательных процессов, происходящих в колонне труб, и числового расчёта основных кинематических и динамических характеристик исследованной системы. Методика подбора параметров вибратора обеспечивает существенное повышение точности определения усилий, напряжений и запасов прочности в произвольном сечении колонны труб и прогнозирование прихвата бурильных колонн при бурении нефтяных и газовых скважин. Даны рекомендации по выбору амплитуд возмущающей силы и резонансных частот для ликвидации прихвата труб и предупреждения разрушения бурильных колонн.

**Ключевые слова:** бурение; бурильная колонна; упругие волны; математическая модель; вибратор; передаточная функция; амплитудно-фазовая характеристика.

### Rəqslərin vibrator vasitəsi ilə tutulmuş qazıma kəmərinə ötürülməsi prosesinin tədqiqi

К.Г.Левчук

İvano-Frankovsk Neft və Qaz Milli Texniki Universiteti, İvano-Frankovsk, Rusia

#### Xülasə

Məqalədə yuxarı hissəsində qazıma alətlərinin tutulmalarının aradan qaldırılması üçün istifadə olunan vibrasiya mexanizmi quraşdırılan qazıma kəmərinin işinin riyazi modeli təklif edilmişdir. Dalğa proseslərinin nəzərə alındığı diskret-kontinual model müxtəlif parametrlə (material, en kəsiyi sahəsi, xarici yüklər) qazıma borularının ayrı-ayrı seksiyalarından ibarətdir. Bu modelə əsasən boru kəmərinə baş verən rəqs proseslərinin vizuallaşdırılması və tədqiq edilmiş sistemin əsas kinematik və dinamik xarakteristikalarının rəqəmsal hesablanması məqsədi ilə kompüter proqramı tərtib edilmişdir. Vibratorun parametrlərinin seçilmə metodikası boru kəmərinin ixtiyarı kəsiyində güclərin, gərginliklərin və möhkəmlik ehtiyatlarının təyin olunma dəqiqliyinin əhəmiyyətli dərəcədə yüksəlməsini və neft və qaz quyularının qazıması zaman qazıma kəmərlərinin tutulmasının proqnozlaşdırılmasını təmin edir. Boruların tutulmasının aradan qaldırılması və qazıma kəmərlərinin dağılmasının qarşısının alınması üçün возмущающей gücün və резонанс tezliklərin amplitudalarının seçimi üzrə tövsiyələr verilmişdir.

**Açar sözlər:** qazıma; qazıma kəməri; elastik dalğalar; riyazi model; vibrator; ötürücü funksiya; amplituda-faza xarakteristikası