



## ИНТЕГРАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ГАЗОВЫХ СКВАЖИН С УЧЕТОМ ДЕФОРМИРУЕМОСТИ КОЛЛЕКТОРА ПЛАСТА

Е.М.Аббасов<sup>\*1</sup>, Н.А.Агаева<sup>1</sup>, Ш.А.Керимова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>НИПИ «Нефтегаз», SOCAR, Баку, Азербайджан;

<sup>2</sup>Институт Математики и Механики НАНА, Баку, Азербайджан

### Integral Modeling of Gas Well Operation Taking into Account Reservoir Deformability

E.M.Abbasov<sup>1</sup>, N.A.Agayeva<sup>1</sup>, Sh.A.Kerimova<sup>2</sup>

<sup>1</sup>«OilGasScientificResearchProject» Institute, Baku, Azerbaijan;

<sup>2</sup>Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS, Baku, Azerbaijan

#### Abstract

An integral model is constructed and the related gas motion equations in the reservoir system are jointly solved taking into account the reservoir deformability. Based on this, the wellhead process parameters determine the pressure at the bottomhole and in the reservoir of wells and the flow of gas into the well per unit time.

#### Keywords:

Filtration;  
Laplace transformations;  
Gas motion; Gas flow;  
Differential equation;  
Deformable collector;  
Elastic waves.

© 2019 «OilGasScientificResearchProject» Institute. All rights reserved.

#### Введение

Определение забойного давления и поля распределения пластового давления по устьевым режимным параметрам в газовых скважинах с аномально высоким пластовым давлением имеет важное практическое и научное значение. Строгое решение данной задачи заключается в учете взаимодействия системы пласт-скважина. При этом нужно рассматривать систему уравнений, описывающую совместное течение газа в пласте и стволе скважины [1,2].

Известны многочисленные работы, посвященные изучению определения забойного и пластового давления на основе эксплуатационных параметров на устье скважины [3-9]. Однако в них фильтрация жидкости и ее движения в трубах рассматриваются как независимые друг от друга движения. Это может привести к неправильным заключениям и большим погрешностям. Поэтому определение давления на забое и в пласте скважины на основе устьевых эксплуатационных параметров с учетом динамической связи пласт-скважина, как и было отмечено выше, имеет большое практическое и научное значение.

В данной работе строится интегральная

модель нестационарной фильтрации и течения газа в трубе с учетом деформируемости коллектора пласта и решаются полученные связанные дифференциальные уравнения.

#### Постановка задачи

Рассмотрим плоскорадиальную фильтрацию гомогенного газа в деформируемом пласте.

Дифференциальное уравнение проницаемости плоскорадиального потока газа имеет вид [10-12].

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \chi(P) r \frac{\partial P^2}{\partial r} \right) = \frac{\partial P^2}{\partial t}, \quad r_c \leq r \leq R_k, \quad r > 0 \quad (1)$$

$$\text{где } \chi(P) = \frac{k(P)P_k}{\mu m_0}.$$

Граничные и начальные условия будут следующие:

$$P^2 \Big|_{r=R_k} = P_k^2 \quad (2)$$

$$P^2 \Big|_{r=r_c} = P_c^2(t) \quad (3)$$

$$P^2(r, 0) = P_k^2 + \frac{Q_0 \mu P_{at}}{\pi k h_1} \ln \left( \frac{r}{R_k} \right) \quad (4)$$

Деформация коллектора пласта зависит от давления газа. С изменением давления проницаемость пласта также изменяется. В первом

\*E-mail: aelhan@mail.ru

<http://dx.doi.org/10.5510/OGP20190200388>

приближении примем линейное изменение проницаемости пласта в зависимости от давления [13,14].

$$\chi(P) = \chi_1 + \frac{\chi_1 - \chi_0}{P_k - P_0} (P - P_k) \quad (5)$$

Далее рассмотрим движение газа в трубе. Уравнение движения газа в трубе имеет вид (рис.1) [15, 16].

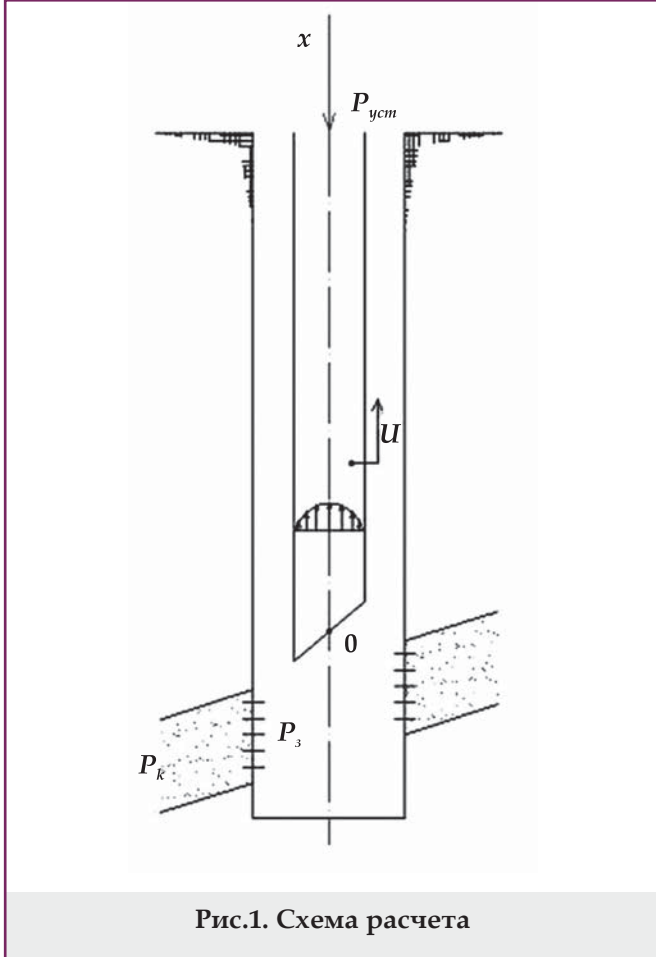


Рис.1. Схема расчета

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2h \frac{\partial u}{\partial t} - g \quad (6)$$

Граничные и начальные условия будут следующие:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=l} = 0, \quad t \geq 0 \quad (7)$$

$$u|_{x=0} = 0, \quad t \geq 0 \quad (8)$$

$$f \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = Q_0 \quad (9)$$

$$u(0, x) = -\frac{\rho_r g x^2}{2E}, \quad 0 \leq x \leq l \quad (10)$$

Движение газа в трубе можно рассматривать как сумму двух движений: переносное (столба газа) и относительное (от его сжатия).

$$u = u_0 + u_r \quad (11)$$

где  $u_0$  - перемещение газа при переносном движении,  $u_r$  - перемещение любого поперечного сечения столба газа от его сжатия.

Подставив выражение (11) в уравнение (6)

получим два уравнения относительно  $u_0$  и  $u_r$ .

$$\frac{d^2 u_0}{dt^2} = \frac{P_3(t) - P_y(t)}{\rho_r \ell} - 2h \frac{du_0}{dt} - g \quad (12)$$

Начальные условия

$$f \left. \frac{\partial u_0}{\partial t} \right|_{t=0} = Q_0 \quad (13)$$

$$u_0|_{t=0} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u_r}{\partial x^2} - 2h \frac{\partial u_r}{\partial t} - \frac{P_3(t) - P_y(t)}{\rho_r \ell} \quad (15)$$

Граничные и начальные условия будут следующие:

$$\left. \frac{\partial u_r}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad (16)$$

$$u_r|_{t=0} = -\frac{\rho_r g x^2}{2E} \quad (17)$$

$$\left. \frac{\partial u_r}{\partial x} \right|_{x=l} = 0 \quad (18)$$

$$u_r|_{x=0} = 0 \quad (19)$$

Решения уравнения (1) осуществим приближенно. Для этого усредним правую часть уравнения (1) по  $r$  [14].

$$\varphi(t) = \frac{2}{R_k^2 - r_c^2} \int_{r_c}^{R_k} \frac{\partial P^2}{\partial t} r dr \quad (20)$$

где  $\varphi$  - неизвестная зависящая от времени функция.

Подставляя выражение (20) в уравнение (1), следуя [10] примем в первом приближении  $P^3 = P_k P^2$ , получим

$$P^2 = \frac{\varphi(t) r^2}{4(a_0 P_k + b)} + \frac{C_1 \ln(r)}{a_0 P_k + b} + \frac{C_2}{a_0 P_k + b} \quad (21)$$

где  $a_0 = \frac{2}{3} \frac{(K_1 - K_0)}{P_k - P_0}$ ,  $b = K_1 - \frac{K_1 - K_0}{P_k - P_0} P_k$ .

В уравнение (20) подставим (21):

$$\varphi(t) - \frac{\varphi(t)(R_k^2 - r_c^2)}{2(A_1 - A_2 - A_3 + A_4)} = \frac{2(A_5 - A_6)P_c(t)\dot{P}_c(t)}{A_1 - A_2 - A_3 + A_4} \quad (22)$$

где  $\frac{(R_k^4 - r_c^4)}{16(a P_k + b)}$

$$A_2 = \frac{1}{a_0 P_k + b} \frac{(R_k^2 - r_c^2)}{4 \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \left( -\frac{r_c^2 \ln(r_c)}{2} + \frac{R_k^2 \ln(R_k)}{2} + \frac{r_c^2}{4} - \frac{R_k^2}{4} \right),$$

$$A_3 = \frac{R_k^2 (R_k^2 - r_c^2)}{8(a_0 P_k + b)}, \quad A_4 = \frac{\ln(R_k)}{a_0 P_k + b} \frac{(R_k^2 - r_c^2)^2}{8 \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)},$$

$$A_5 = \frac{1}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \left( -\frac{r_c^2 \ln(r_c)}{2} + \frac{R_k^2 \ln(R_k)}{2} + \frac{r_c^2}{4} - \frac{R_k^2}{4} \right),$$

$$A_6 = \frac{\ln(R_k)(R_k^2 - r_c^2)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}$$

$$P(t) = P_c(t)\dot{P}_c(t)$$

Применяя преобразования Лапласа, теоремы свертки и обращения, из уравнения (22) получим

$$\varphi(t) = A_8 \int_0^t P(\tau)e^{A_7(t-\tau)} d\tau + \varphi_0 e^{A_7 t} \quad (23)$$

где  $A_7 = \frac{R_k^2 - r_c^2}{2(A_1 - A_2 - A_3 + A_4)}$ ,  $A_8 = \frac{A_5 - A_6}{A_1 - A_2 - A_3 + A_4}$ ,

$\varphi_0$  - начальное значение функции  $\varphi(t)$ . Подставляя

выражение (23) в уравнение (21) с учетом начального условия (4) и независимость функции получим  $\varphi(t)$  от координаты  $r$  получим:

$$\varphi_0 = 0 \quad (24)$$

Далее применяя преобразования Лапласа, теоремы свертки и обращения [17, 18] из уравнения (12) и (15) с учетом начальных и граничных условий (13), (14), (16), (17), (18) и (19), получим:

$$u_e = \frac{\dot{u}_e(0)(1 - e^{-2ht})}{2h} + \frac{1}{\rho_\Gamma \ell} \int_0^t P_3(\tau) \left( \frac{1 - e^{-2h(t-\tau)}}{2h} \right) d\tau - \frac{1}{\rho_\Gamma \ell} \int_0^t P_y(\tau) \left( \frac{1 - e^{-2h(t-\tau)}}{2h} \right) d\tau - \frac{g}{4} \left( \frac{2t}{h} - \frac{1 - e^{-2ht}}{h^2} \right) \quad (25)$$

$$u_r = \frac{\rho g a^2}{E} \left[ \frac{e^{-2ht} + 2ht - 1}{4h^2} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{a^2(2m-1)\pi \sin(\mu_m t) \sin\left(\frac{\pi(2m-1)x}{2}\right) e^{-ht}}{\mu_m l^2} \times \frac{he^{-ht} \sin(\mu_m t) + \mu_m e^{-ht} \cos(\mu_m t) - \mu_m}{h^2 + \mu_m^2} \right] + \int_0^t \left( \frac{P_3(\tau)}{\rho_\Gamma \ell} - \frac{P_y(\tau)}{\rho_\Gamma \ell} \right) \left[ \frac{1}{2h} (1 - e^{-2h(t-\tau)}) - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{a^2(2m-1)\pi \sin(\mu_m(t-\tau)) \sin\left(\frac{\pi(2m-1)x}{2}\right) e^{-h(t-\tau)}}{\mu_m l^2 (\mu_m^2 + h^2)} \right] d\tau - \frac{\rho g a^4}{2E l^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(2m-1)^2 \pi^2 \sin\left(\frac{\pi(2m-1)x}{2}\right) he^{-ht} \sin(\mu_m t) + \mu_m e^{-ht} \cos(\mu_m t) - \mu_m}{\mu_m \sin\left(\frac{\pi(2m-1)}{2}\right) (h^2 + \mu_m^2)} - \frac{1}{2h\rho_\Gamma \ell} \left[ \int_0^t P_3(\tau) d\tau - \int_0^t P_3(\tau) e^{-2h(t-\tau)} d\tau - \int_0^t P_y(\tau) d\tau + \int_0^t P_y(\tau) e^{-2h(t-\tau)} d\tau \right] - \left( \frac{\rho g x^2}{2E} - \frac{\rho g a^2}{2E} \left( \frac{t}{h} - \frac{1 - e^{-2ht}}{2h^2} \right) \right) \quad (26)$$

где  $\mu_m = \sqrt{\frac{\pi^2 a^2 (2m-1)^2}{4l^2} - h^2}$ ,  $\dot{u}_e(0) = \frac{Q_0}{f}$ .

Подставляя выражения (25) и (26) в формулу (11) получим:

$$u = \frac{Q_0(1 - e^{-2ht})}{2hf} + \frac{1}{\rho_\Gamma \ell} \int_0^t P_3(\tau) \left( \frac{1 - e^{-2h(t-\tau)}}{2h} \right) d\tau - \frac{1}{\rho_\Gamma \ell} \int_0^t P_y(\tau) \left( \frac{1 - e^{-2h(t-\tau)}}{2h} \right) d\tau - \frac{g}{4} \left( \frac{2t}{h} - \frac{1 - e^{-2ht}}{h^2} \right) + \frac{\rho g a^2}{E} \left[ \frac{e^{-2ht} + 2ht - 1}{4h^2} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{a^2(2m-1)\pi \sin(\mu_m t) \sin\left(\frac{\pi(2m-1)x}{2}\right) e^{-ht}}{\mu_m l^2} \times \frac{he^{-ht} \sin(\mu_m t) + \mu_m e^{-ht} \cos(\mu_m t) - \mu_m}{h^2 + \mu_m^2} \right] + \int_0^t \left( \frac{P_3(\tau)}{\rho_\Gamma \ell} - \frac{P_y(\tau)}{\rho_\Gamma \ell} \right) \left[ \frac{1}{2h} (1 - e^{-2h(t-\tau)}) - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{a^2(2m-1)\pi \sin(\mu_m(t-\tau)) \sin\left(\frac{\pi(2m-1)x}{2}\right) e^{-h(t-\tau)}}{\mu_m l^2 (\mu_m^2 + h^2)} \right] d\tau - \frac{\rho g a^4}{2E l^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(2m-1)^2 \pi^2 \sin\left(\frac{\pi(2m-1)x}{2}\right) he^{-ht} \sin(\mu_m t) + \mu_m e^{-ht} \cos(\mu_m t) - \mu_m}{\mu_m \sin\left(\frac{\pi(2m-1)}{2}\right) (h^2 + \mu_m^2)} - \frac{1}{2h\rho_\Gamma \ell} \left[ \int_0^t P_3(\tau) d\tau - \int_0^t P_3(\tau) e^{-2h(t-\tau)} d\tau - \int_0^t P_y(\tau) d\tau + \int_0^t P_y(\tau) e^{-2h(t-\tau)} d\tau \right] - \left( \frac{\rho g x^2}{2E} - \frac{\rho g a^2}{2E} \left( \frac{t}{h} - \frac{1 - e^{-2ht}}{2h^2} \right) \right). \quad (27)$$

Массовый расход при входе газа трубу может быть определен по формуле:

$$Q_m = \rho f \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{x=0} \quad (28)$$

А массовый приток газа из пласта в скважину в единицу времени может быть определен по формуле:

$$Q_m = \pi r h_1 \frac{\rho_{at}}{P_{at}} \frac{k_0}{\mu} \frac{\partial P^2}{\partial r} \Big|_{r=r_c} \quad (29)$$

Подставляя выражение  $u$  из (27) в формулу (28), а из уравнения (21)  $P^2$  в формулу (29) и из условия неразрывности приравнявая их получим:

$$\left(\frac{A_9}{2} - \frac{A_{10}}{2}\right) \int_0^t P_c(\tau) e^{A_7(t-\tau)} d\tau - A_{12} P_c^2(t) - B_6 \int_0^t P_c^2(\tau) e^{-2h(t-\tau)} d\tau = B_4 e^{-2ht} - B_5 \int_0^t P_y(\tau) e^{-2h(t-\tau)} d\tau - \frac{\rho f g}{2h} (1 - e^{-2ht}) - A_{11} \quad (30)$$

где

$$A_9 = \pi h_1 \frac{\rho_{at}}{P_{at}} \frac{k_0}{\mu} \frac{A_8 r_c^2}{2(aP_k + b)},$$

$$A_{10} = \pi h_1 \frac{\rho_{at}}{P_{at}} \frac{k_0}{\mu} \frac{A_8 (R_k^2 - r_c^2)}{4(aP_k + b) \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)},$$

$$A_{11} = \pi h_1 \frac{\rho_{at}}{P_{at}} \frac{k_0}{\mu} \frac{P_k^2}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}, \quad A_{12} = \pi h_1 \frac{\rho_{at}}{P_{at}} \frac{k_0}{\mu} \frac{1}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)},$$

$$A_{13} = \frac{A_9 - A_{10}}{2}, \quad B_4 = \rho Q_0, \quad B_5 = \frac{\rho f}{\rho_r l}, \quad B_6 = \frac{\rho f}{\rho_r l P_c(0)}.$$

Из полученного уравнения (30) можно определить неизвестное давление  $P_c$ , которое устанавливается на забое скважины.

Применяя преобразования Лапласа, теоремы свертки и обращения из уравнения (30) получим:

$$P_c^2(t) = P_{1c}^2 - P_{2c}^2 - P_{3c}^2 + P_{4c}^2 - P_{5c}^2 + P_{6c}^2 \quad (31)$$

где

$$P_{1c}^2 = \frac{B_4 (e^{f_1 t} (f_1 - A_7) + e^{f_2 t} (-f_2 + A_7))}{F_1 (f_1 - f_2)}$$

$$P_{2c}^2 = \frac{1}{F_1 (f_1 - f_2)} (B_5 \int_0^t P_y(\tau) e^{f_1(t-\tau)} d\tau (f_1 - A_7) + \int_0^t P_y(\tau) e^{f_2(t-\tau)} d\tau (-f_2 + A_7)),$$

$$P_{3c}^2 = \frac{\rho g f}{2 F_1 h f_1 f_2 (f_1 - f_2)} (2(-f_1 + f_2) A_7 h + e^{f_1 t} (f_1 - A_7) \times (f_1 + 2h) f_2 + e^{f_2 t} (-f_2 + A_7) (f_2 + 2h) f),$$

$$P_{4c}^2 = \frac{\rho g f}{2 F_1 h_1 (f_1 - f_2)} (e^{f_1 t} (f_1 - A_7) + e^{f_2 t} (-f_2 + A_7)),$$

$$P_{5c}^2 = \frac{1}{F_1 f_1 f_2 (f_1 - f_2)} (2(-f_1 + f_2) A_7 h + e^{f_1 t} (f_1 - A_7) \times (f_1 + 2h) f_2 + e^{f_2 t} (-f_2 + A_7) (f_2 + 2h) f A_{11}),$$

$$P_{6c}^2 = \frac{A_{13} P_c^2(0)}{F_1 (f_1 - f_2)} (e^{f_1 t} (f_1 + 2h) - e^{f_2 t} (f_2 + 2h)),$$

$$F_1 = A_{13} - A_{12}, \quad f_1 \text{ и } f_2 \text{ корень } F_1 s^2 + F_2 s + F_3 = 0.$$

$$F_2 = 2A_{13} h - 2h A_{12} + A_7 A_{12} - B_6, \quad F_3 = 2A_{12} A_7 h + B_6 A_7$$

Подставляя выражение (31) в формулу (29) можно определить величину притока газа в скважину в единицу времени  $Q_m$ .

С целью оценки влияния деформируемости коллектора пласта на его фильтрационную способность рассмотрим еще задачу фильтрации газа в недеформируемом пласте.

При этом уравнение фильтрации газа, начальные и граничные условия будут иметь такой же вид как выражения (1), (2), (3) и (4) только лишь с той разницей, что  $\chi = const$ .

Тогда решение уравнение (1) с учетом граничных условий (2) и (3) и начального условия (4) будет иметь вид:

$$P^2 = \left( \varphi_0 e^{D_4 t} - D_5 \int_0^t P(\tau) e^{D_4(t-\tau)} d\tau \right) \left( \frac{r^2 - R_k^2}{4k} + \right) \frac{\ln\left(\frac{R_k}{r}\right) (R_k^2 - r_c^2)}{4 \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} - (P_k^2 - P_c^2(t)) \left( \frac{\ln\left(\frac{R_k}{r}\right)}{\ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)} \right) + P_k^2, \quad (32)$$

где

$$D_1 = \frac{R_k^2 r_c^2 - 0.5 R_k^4 - 0.5 r_c^4}{4k(R_k^2 - r_c^2)}, \quad D_2 = \frac{R_k^2 - r_c^2 - 2r_c^2 \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}{(R_k^2 - r_c^2) \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)},$$

$$D_3 = \frac{0.25 R_k^2 - 0.25 r_c^2 - 0.5 r_c^2 \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)}{2k(R_k^2 - r_c^2) \ln\left(\frac{R_k}{r_c}\right)},$$

$$D_4 = \frac{1}{D_1 + D_3}, \quad D_5 = \frac{D_2}{D_1 + D_3}, \quad \varphi_0 = 0 \quad (33)$$

Приток газа из пласта в скважину в единицу времени при  $\chi = const$  также определяется из формулы (29) подставляя туда выражения (31).

### Результаты и их обсуждение

Изменения устьевого давления (рис.2) для синусоидальной, трапециодальной и треугольной форм получены по результатам численного расчета по формулам (31) и (32), представленных на рисунках 3-5 при следующих значениях параметров:

$$k_0 = 10^{-13} \text{ м}^2; \quad P_k = 2 \cdot 10^7 \text{ Па}; \quad P_c(0) = 10^7 \text{ Па}; \quad h_1 = 20 \text{ м}; \\ T = 6; \quad \mu = 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}; \quad R_k = 100 \text{ м}; \quad \chi_0 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}; \\ \chi_1 = 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}; \quad h = 10^{-3} \text{ с}^{-1}; \quad \mu_r = 1.2 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}; \\ r_c = 0.075 \text{ м}; \quad \rho_{at} = 0.67 \text{ кг}/\text{м}^3; \quad \rho_r = 134 \text{ кг}/\text{м}^3, \\ Q_0 = 0, \quad l = 1000 \text{ м}.$$

Как видно из рисунка 2, при одинаковых значениях амплитуд пульсаций устьевого давления амплитуды пульсации забойного давле-

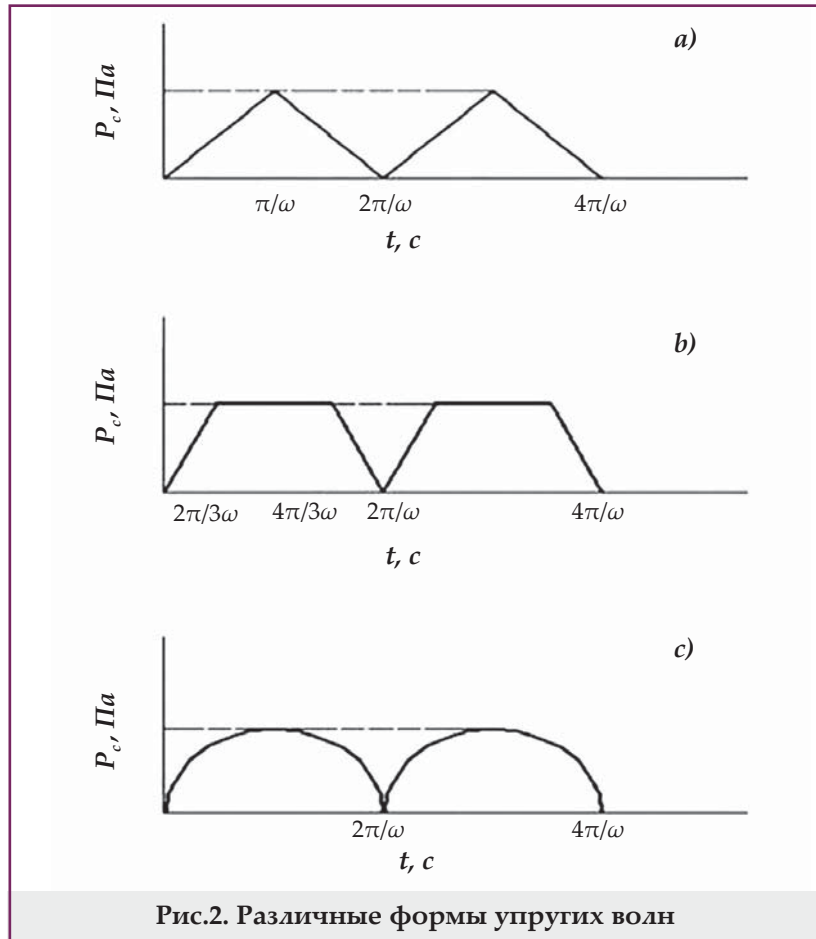


Рис.2. Различные формы упругих волн

ния у треугольной формы пульсации примерно в семь раз больше, чем синусоидальной и трапециодальной формы пульсации давления. Причем при изменении режима работы скважины забойное давление падает и начинает пульсироваться вокруг своего стационарного положения с такой же формой пульсации, как устьевое давление. Сопоставление результатов расчета притока газа в единицу времени из пласта в скважину для пластов с деформируемым и недеформируемым коллектором (рис.4 и 5)

показывает, что деформация коллектора пласта на приток газа в скважину в единицу времени мало влияет. Это объясняется тем, что сжимаемость газа во много раз превосходит сжимаемость коллектора пласта.

### Заключение

Итак полученные формулы (31) и (32) позволяют по устьевым значениям параметров определить забойное и пластовое давления с учетом динамической связи системы пласт-скважина.

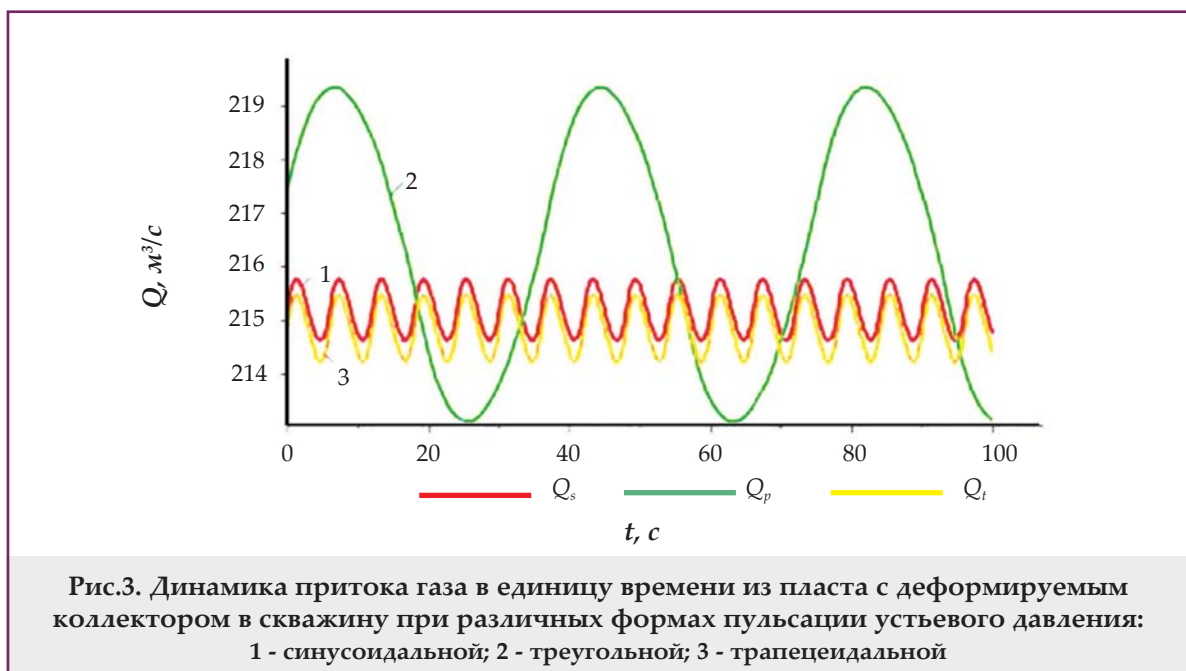
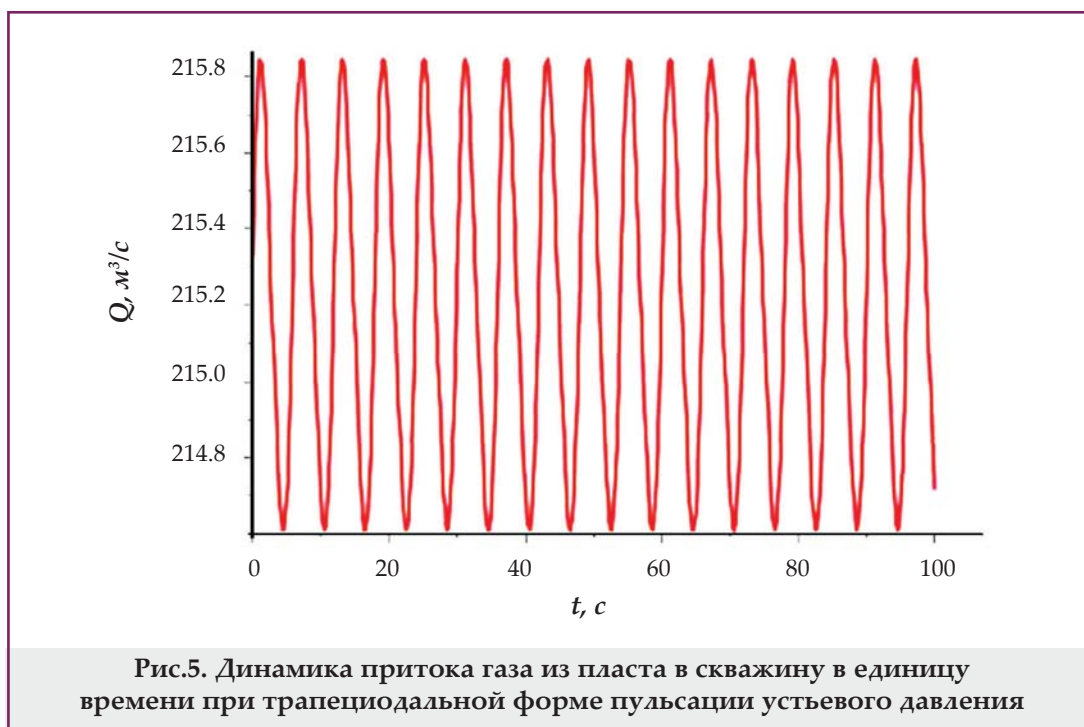
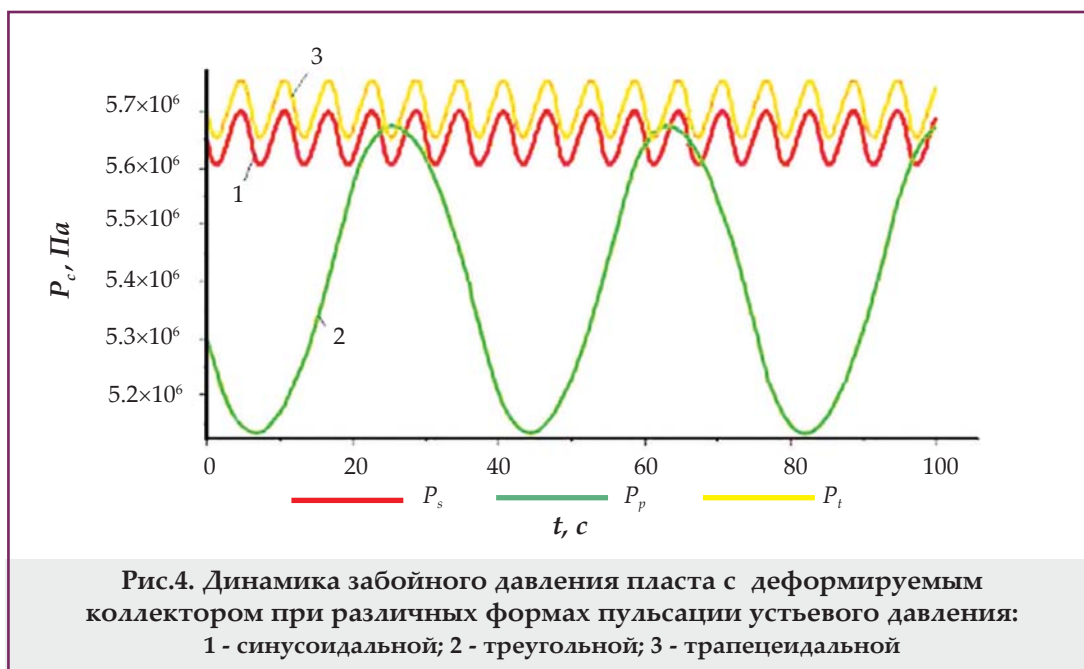


Рис.3. Динамика притока газа в единицу времени из пласта с деформируемым коллектором в скважину при различных формах пульсации устьевое давления: 1 - синусоидальной; 2 - треугольной; 3 - трапециодальной



**Обозначения:**

$P$  - давление в любой точке пласта, МПа;  $P_k$  - давление на контуре пласта, МПа;  $P_s$  - давление на забое скважины, МПа;  $P_c$  - давление на стенке скважины, МПа;  $Q_0$  - начальный приток газа в единицу времени из пласта в скважину,  $m^3/c$ ;  $m_0$  - пористость;  $u$  - перемещение поперечных сечений столба газа, м;  $\varphi$  - неизвестная зависящая от времени функция;  $f$  - площадь проходного сечения колонны подъемных труб,  $m^2$ ;  $u_r$  - продольная упругая деформация столба газа от его сжатия, м;  $u_r$  - переносное перемещение столба газа, м;  $h$  - коэффициент сопротивления,  $c^{-1}$ ;  $K_1$  и  $K_0$  - начальная проницаемость на контуре и галерее пласта,  $m^2$ ;  $K$  - проницаемость пласта,  $m^2$ ;  $\rho_r$  - плотность газа в пластовых условиях,  $kg/m^3$ ;  $P_k$  - начальное забойное давление МПа;  $r/R_k$  - безразмерная величина,  $R_k$  - радиус контура пласта, м;  $r$  - координата, м;  $r_c$  - радиус скважины, м;  $T$  - период колебания устьевого давления,  $^{\circ}C$ ;  $\tau$ ,  $t$  - время, с;  $\chi_0$  - коэффициент пьезопроводности,  $m^2/c$ ;  $\mu$  - коэффициент динамической вязкости жидкости,  $mPa \cdot c$ ;  $\omega$  - частота колебания,  $1/c$ ;  $A_1...A_{13}$ ,  $B_4$ ,  $B_5$ ,  $B_6$ ,  $F_{1v}$ ,  $F_{2v}$ ,  $F_6$ ,  $D_{1v}$ ,  $D_{5v}$ ,  $a_{0v}$ ,  $b$ ,  $f_{1v}$ ,  $f_{2v}$  - обозначения,  $n=v=1,2,3... -$  натуральные числа.

Индексы: e - переносное, r - относительное, 0 - нижний индекс, z - забой; к - контур; с - скважина, г - газ.

## Литература

1. Аббасов, Э. М. (2013). Определение времени накопления жидкости в периодических газлифтных скважинах. *Инженерно-физический журнал*, 86(2), 310–317.
2. Аббасов, Э.М., Фейзуллаев, Х.А. (2016). Математическое моделирование процессов течения газожидкостной смеси в пласте и в трубе с учетом динамической связи системы пласт-скважина. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 56(1), 142-154.
3. Баишев, Е. В., Гливенко, Е. В., Губарь, В. А. и др. (2004). О газоимпульсном воздействии на призабойную зону скважин. *Известия РАН. Механика жидкости и газа*, 4, 84-90.
4. Шайхутдинов, И. К. (2004). Расчет забойного давления и давления на приеме погружного насоса. *Нефтяное хозяйство*, 11, 82-85.
5. Королев, К. Б., Силкина, Т. Н., Пугачев, Е. В. (2006). Анализ применения адаптированного алгоритма пересчета забойного давления по данным устьевых замеров в скважинах механизированного фонда. *Нефтяное хозяйство*, 12, 114–117.
6. Соколовский, Э. В., Корниленко, Л. И. (1968). К расчету давлений в глубоких фонтанных скважинах. *Нефтяное хозяйство*, 7, 34–37.
7. Пантелеев, Г. В., Сейн, М. У. (1972). Определение давления по стволу скважины без глубинных манометров. *Нефтяное хозяйство*, 6, 35–39.
8. Левтеров, В. А. (1970). О расчете минимального забойного давления. *Нефтяное хозяйство*, 12, 45–48.
9. Мясников, Ю. А., Китайгородский, Н. С., Кульпина, Н. М. (1971). К обработке кривых восстановления забойного давления интегральным методом И.А.Чарного и И.Д.Умрихина. *Нефтяное хозяйство*, 6, 36–40.
10. Лейбензон, Л.С. (1953). Собрание трудов. Т.2. Подземная гидрогазодинамика. Москва: Изд. Академии Наук СССР.
11. Чарный, И. А. (1963). Подземная гидродинамика. Москва: Гостотехиздат.
12. Мирзаджанзаде, А. Х., Кузнецов, О. Л., Басниев, К. С., Алиев, З. С. (2003). Основы технологии добычи газа. Москва: Недра.
13. Гаджиев, М. А., Горшков, Е., Джалалов, Г. И. (2004). О притоке жидкости к забою несовершенной скважины в деформируемом пласте. *Известия НАН Азербайджана. Серия «Науки о Земле»*, 3, 63-66.
14. Аббасов, Э. М., Агаева, Н. А. (2017). Определение поля давления в пласте, деформируемом коллектором, при виброволновом воздействии на него. *Инженерно-физический журнал*, 90(1), 48-54.
15. Чарный, И. А. (1975). Неустойчивое движение жидкости в трубах. Москва: Недра.
16. Гусейнзаде, М. А., Дручина, Л. И., Петрова, О. Н., Степанова, М. Ф. (1991). Гидродинамические процессы в сложных трубопроводных системах. Москва: Недра.
17. Арамонович, И. Г., Лунц, Г. Л., Эльсгольц, Э. Э. (1968). Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. Москва: Наука.

## References

1. Abbasov, É. M. (2013). Determination of the time of accumulation of a liquid in periodic gas-lift wells. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 86(2), 327–337.
2. Abbasov, E. M. & Feyzullayev, Kh. A. (2016). Mathematical simulation of gas-liquid mixture flow in a reservoir and a wellbore with allowance for the dynamical interactions in the reservoir-well system. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 56(1), 142-154.
3. Baishev, E. V., Glivenko, E. V., Gubar, V. A., et al. (2004). Gas-pulse action on the well bottomhole zone. *Fluid Dynamics*. 39(4), 582-588.
4. Shaygutdinov, I. K. (2004). Estimation of bottom-hole pressure and pressure on the submersible pump level. *Oil Industry*, 11, 82-85.
5. Korolev, K. B., Silkina, T. N., & Pugachev, E. V. (2006). The analysis of application of the adapted algorithm of seam pressure recalculation according to wellhead measurements in mechanized stock wells. *Oil Industry*, 12, 114–117.
6. Sokolovskij, È. V. & Kornilenko, L. I. (1968). K rasčetu davlenij v glubokih fontannyh skvažinah. *Neftânoe hozâjstvo*, 7, 34–37.
7. Panteleev, G. V., Sejn, M. U. (1972). Opredelenie davleniâ po stvolu skvažiny bez glubinnyh manometrov. *Neftânoe hozâjstvo*, 6, 35–39.
8. Levterov, V. A. (1970). O rasčete minimal'nogo zaboynogo davleniâ. *Neftânoe hozâjstvo*, 12, 45–48.
9. Mâsnikov, Ū. A., Kitajgorodskij, N. S., & Kul'pina, N. M. (1971). K obrabotke krivyh vosstanovleniâ zaboynogo davleniâ integral'nym metodom I.A.Čarnogo i I.D.Umrihina. *Neftânoe hozâjstvo*, 6, 36–40.
10. Leibenzon, L. S. (1953). Collection of works., Vol. 2. Underground hydrodynamics. Moscow: Izd. Akad. Nauk SSSR.
11. Charny, I. A. (1963). Underground hydrodynamics. Moscow: Gostoptekhizdat.
12. Mirzadzhanzade, A. Kh., Kuznetsov, O. L., Basniev, K. S., & Aliev, Z. S. (2003). Foundations of gas recovery technology. Moscow: Nedra.
13. Gadzhiev, M. A., Gorshkov, E., & Dzhahalov, G. I. (2004). O pritoke zhidkosti k zaboyu nesoveshennoy skvazhiny v deformiruemom plaste. *Izvestiya NAN Azerbaydzhana. Seriya «Nauki o Zemle»*, 3, 63-66.
14. Abbasov, É.М. & Agaeva, N. A. (2017). Determination of the pressure field in a reservoir-deformed bed exposed to vibrowaves. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 90(1), 43-51.
15. Charnyi, I. A. (1975). Unsteady flow of a real fluid in pipes. Moscow: Nedra.
16. Guseinzade, M. A., Drokina, L. I., Petrov, O. N., & Stepanova, M. F. (1991). Hydrodynamic processes in complex pipeline systems. Moscow: Nedra.
17. Aramanovich, I. G., Luntz, G. L., & Elsgolc, E. E. (1968). Functions of complex variable. Operational calculus. Stability theory. Moscow: Science.

## **Интегральное моделирование работы газовых скважин с учетом деформируемости коллектора пласта**

*Е.М.Аббасов<sup>1</sup>, Н.А.Агаева<sup>1</sup>, Ш.А.Керимова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>НИПИ «Нефтегаз» SOCAR, Баку, Азербайджан;

<sup>2</sup>Институт Математики и Механики НАНА, Баку, Азербайджан

### **Реферат**

Строится интегральная модель и совместно решаются связанные уравнения движения газа в системе пласт- скважина с учетом деформируемости коллектора пласта. На основе этого по устьевым технологическим параметрам определяются давления на забое и в пласте скважин и приток газа в скважину в единицу времени.

**Ключевые слова:** фильтрация; преобразования Лапласа; движение газа; паток газа; дифференциальное уравнение; деформируемый коллектор; упругие волны.

## **Layın deformasiyasını nəzərə alaraq qaz quyusunun inteqral modelləşdirilməsi**

*Е.М.Аббасов<sup>1</sup>, Н.А.Агаева<sup>1</sup>, Ш.А.Керимова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>«Neftqazəlmətdəqiqatlayihə» İnstitutu, SOCAR, Bakı, Azərbaycan;

<sup>2</sup>AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu, Bakı, Azərbaycan

### **Xülasə**

Layın deformasiyasını nəzərə alaraq lay –quyu sistemində qazın hərəkət tənlikləri həll edilərək inteqral model qurulur. Quyuəğzı parametrlərdən istifadə edilərək vahid zamanda laydan quyuya axan qazın miqdarı və quyu dibi təzyiq təyin edilir.

**Açar sözlər:** filtrasiya; Laplace çevrilməsi; qazın hərəkəti; qaz axını; diferensial tənlik; kollektorun deformasiyası; elastik dalğalar.